

7. Funktionale Programmierung

Themen dieses Kapitels:

- Grundbegriffe und Notation von SML
- Rekursionsparadigmen: Induktion, Rekursion über Listen
- End-Rekursion und Programmieretechnik „akkumulierender Parameter“
- Berechnungsschemata mit Funktionen als Parameter
- Funktionen als Ergebnis und Programmieretechnik „Currying“

Vorlesung Grundlagen der Programmiersprachen SS 2014 / Folie 701

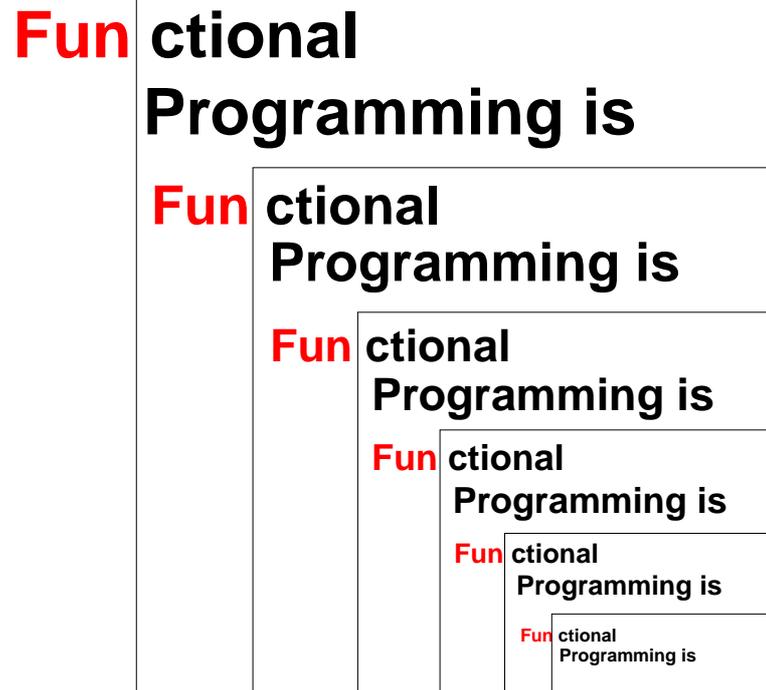
Ziele:

Übersicht zu diesem Kapitel

in der Vorlesung:

Erläuterungen dazu

Functional Programming is Fun



Vorlesung Grundlagen der Programmiersprachen SS 2014 / Folie 702

Ziele:

Just fun

in der Vorlesung:

no comment

Übersicht zur funktionalen Programmierung

Grundkonzepte: Funktionen und Aufrufe, Ausdrücke
keine Variablen, Zuweisungen, Ablaufstrukturen, Seiteneffekte

Elementare Sprachen (pure LISP) brauchen nur wenige Konzepte:
Funktionskonstruktor, bedingter Ausdruck, Literale, Listenkonstruktor und -selektoren, Definition von Bezeichnern für Werte

Mächtige Programmierkonzepte durch Verwendung von:
rekursiven Funktionen und Datenstrukturen,
Funktionen höherer Ordnung als Berechnungsschemata

Höhere funktionale Sprachen (SML, Haskell):
statische Bindung von Bezeichnern und Typen,
völlig orthogonale, höhere Datentypen, polymorphe Funktionen (Kapitel 6),
modulare Kapselung, effiziente Implementierung

Funktionaler Entwurf:
strukturell denken - nicht in Abläufen und veränderlichen Zuständen,
fokussiert auf **funktionale Eigenschaften** der Problemlösung,
Nähe zur Spezifikation, Verifikation, Transformation

Funktionale Sprachen:
LISP, Scheme, Hope, SML, Haskell, Miranda, ...
früher: Domäne der KI; heute: Grundwissen der Informatik, praktischer Einsatz

Vorlesung Grundlagen der Programmiersprachen SS 2014 / Folie 703

Ziele:

Eigenschaften funktionaler Sprachen kennenlernen

in der Vorlesung:

- Erläuterungen dazu
- Verweis auf schon besprochene Konzepte: Rolle von Variablen, Datentypen, Funktionen

nachlesen:

..., Abschnitt 13

Verständnisfragen:

- Warum kann man Pascal nicht auf eine funktionale Teilsprache reduzieren?
- Gilt das genauso für C?

Wichtige Sprachkonstrukte von SML: Funktionen

Funktionen können direkt notiert werden, ohne Deklaration und ohne Namen:

Funktionskonstruktor (lambda-Ausdruck: Ausdruck, der eine Funktion liefert):

fn *FormalerParameter* => *Ausdruck*

fn *i* => 2 * *i* Funktion, deren Aufruf das Doppelte ihres Parameters liefert

fn (*a*, *b*) => 2 * *a* + *b*

Beispiel, unbenannte Funktion als Parameter eines Aufrufes:

map (**fn** *i* => 2 * *i*, [1, 2, 3])

Funktionen haben **immer einen Parameter:**

statt mehrerer Parameter ein Parameter-Tupel wie (*a*, *b*)

(*a*, *b*) ist ein **Muster** für ein Paar als Parameter

statt keinem Parameter ein leerer Parameter vom Typ **unit**, entspricht **void**

Typangaben sind optional. Trotzdem prüft der Übersetzer streng auf korrekte Typisierung. Er berechnet die Typen aus den benutzten Operationen (**Typinferenz**)

Typangaben sind nötig zur **Unterscheidung von int und real**

fn *i* : int => *i* * *i*

Vorlesung Grundlagen der Programmiersprachen SS 2014 / Folie 704

Ziele:

Funktionen in SML verstehen

in der Vorlesung:

- Erläuterung von Funktionen als Werte
- Bestimmung der Funktionssignaturen aus den verwendeten Operationen ohne explizite Typangaben (Typinferenz)

nachlesen:

..., Abschnitt 13.1

nachlesen:

L. C. Paulson: ML for the Working Programmer, siehe [Folie 004](#)

Wichtige Sprachkonstrukte von SML: Funktionsaufrufe

allgemeine Form eines Aufrufes: **Funktionsausdruck** **Parameterausdruck**

Dupl 3
`(fn i => 2 * i) 3`

Klammern können den Funktionsausdruck mit dem aktuellen Parameter zusammenfassen:

`(fn i => 2 * i) (Dupl 3)`

Parametertupel werden geklammert:

`(fn (a, b) => 2 * a + b) (4, 2)`

Auswertung von Funktionsaufrufen wie in GPS-6-2a beschrieben.

Parameterübergabe: **call-by-strict-value**

Vorlesung Grundlagen der Programmiersprachen SS 2014 / Folie 704a

Ziele:

Notation von Aufrufen

in der Vorlesung:

- Erläuterung der Funktionsaufrufe
- Bedeutung der Konstrukte

nachlesen:

..., Abschnitt 13.1

nachlesen:

L. C. Paulson: ML for the Working Programmer, siehe Folie 004

Wichtige Sprachkonstrukte von SML: Definitionen

Eine **Definition** bindet den Wert eines Ausdrucks an einen Namen:

```
val four = 4;
val Dupl = fn i => 2 * i;
val Foo = fn i => (i, 2*i);
val x = Dupl four;
```

Eine Definition kann ein **Tupel von Werten** an ein **Tupel von Namen**, sog. **Muster**, binden: allgemeine Form:

```
val Muster = Ausdruck;

val (a, b) = Foo 3;
```

Der Aufruf `Foo 3` liefert ein Paar von Werten, sie werden gebunden an die Namen `a` und `b` im Muster für Paare `(a, b)`.

Kurzform für Funktionsdefinitionen:

```
fun Name FormalerParameter = Ausdruck;

fun Dupl i = 2 * i;
fun Fac n = if n <= 1 then 1 else n * Fac (n-1);
```

bedingter Ausdruck: Ergebnis ist der Wert des `then`- oder `else`-Ausdruckes

Vorlesung Grundlagen der Programmiersprachen SS 2014 / Folie 704b

Ziele:

Notation von Definitionen verstehen

in der Vorlesung:

- Bedeutung der Konstrukte
- Erläuterung der Bindung durch Muster
- Funktionsdefinitionen in allgemeiner und in Kurzform

nachlesen:

..., Abschnitt 13.1

nachlesen:

L. C. Paulson: ML for the Working Programmer, siehe [Folie 004](#)

Rekursionsparadigma Induktion

Funktionen für induktive Berechnungen sollen schematisch entworfen werden:

Beispiele:

induktive Definitionen:

$$n! = \begin{cases} 1 & \text{für } n \leq 1 \\ n \cdot (n-1)! & \text{für } n > 1 \end{cases}$$

$$b^n = \begin{cases} 1.0 & \text{für } n \leq 0 \\ b \cdot b^{n-1} & \text{für } n > 0 \end{cases}$$

rekursive Funktionsdefinitionen:

```

fun Fac n =
  if n <= 1
  then 1
  else n * Fac (n-1);

fun Power (n, b) =
  if n <= 0
  then 1.0
  else b * Power (n-1, b);

```

Schema:

```

fun F a = if Bedingung über a
  then nicht-rekursiver Ausdruck über a
  else rekursiver Ausdruck über F ("verkleinertes a")

```

Vorlesung Grundlagen der Programmiersprachen SS 2014 / Folie 705

Ziele:

Induktionsschema an Beispielen

in der Vorlesung:

- Erinnerung an Terminierung rekursiver Funktionen
- Erläuterung der Beispiele

nachlesen:

..., Abschnitt 13.1

Verständnisfragen:

- Vergleichen Sie die Funktionen mit entsprechenden imperativen Programmen.

Induktion - effizientere Rekursion

Induktive Definition und rekursive Funktionen zur Berechnung von Fibonacci-Zahlen:

induktive Definition:

$$\text{Fib}(n) = \begin{cases} 0 & \text{für } n = 0 \\ 1 & \text{für } n = 1 \\ \text{Fib}(n-1) + \text{Fib}(n-2) & \text{für } n > 1 \end{cases}$$

rekursive Funktionsdefinition:

```
fun Fib n =
  if n = 0
  then 0
  else if n = 1
       then 1
       else Fib(n-1)+Fib (n-2);
```

Fib effizienter:

Zwischenergebnisse als Parameter, Induktion aufsteigend
(allgemeine Technik siehe „Akkumulierende Parameter“):

```
fun AFib (n, alt, neu) =
  if n = 1 then neu
  else AFib (n-1, neu, alt+neu);

fun Fib n = if n = 0 then 0 else AFib (n, 0, 1);
```

Vorlesung Grundlagen der Programmiersprachen SS 2014 / Folie 705a

Ziele:

Rekursionstyp erkennen

in der Vorlesung:

- Ineffizienz der Mehrfachrekursion zeigen

nachlesen:

..., Abschnitt 13.1

Verständnisfragen:

- Vergleichen Sie die Funktionen mit entsprechenden imperativen Programmen.

Funktionsdefinition mit Fallunterscheidung

Funktionen können übersichtlicher definiert werden durch

- **Fallunterscheidung** über den Parameter - statt bedingter Ausdruck als Rumpf,
- formuliert durch **Muster**
- **Bezeichner** darin werden an **Teil-Werte des aktuellen Parameters gebunden**

bedingter Ausdruck als Rumpf:

```
fun Fac n =
  if n=1 then 1
    else n * Fac (n-1);

fun Power (n, b) =
  if n = 0
  then 1.0
  else b * Power (n-1, b);
```

Fallunterscheidung mit Mustern:

```
fun Fac (1) = 1
  | Fac (n) = n * Fac (n-1);

fun Power (0, b) = 1.0
  | Power (n, b) =
    b * Power (n-1, b);

fun Fib (0) = 0
  | Fib (1) = 1
  | Fib (n) =
    Fib(n-1) + Fib(n-2);
```

Die Muster werden in der **angegebenen Reihenfolge** gegen den aktuellen Parameter geprüft. Es wird der erste Fall gewählt, dessen Muster trifft. Deshalb muss ein allgemeiner „**catch-all**“-Fall am Ende stehen.

Vorlesung Grundlagen der Programmiersprachen SS 2014 / Folie 705b

Ziele:

Kurz-Notation kennenlernen

in der Vorlesung:

- Erläuterung der Kurzschreibweise

nachlesen:

..., Abschnitt 13.1.2

Listen als rekursive Datentypen

Parametrisierter Typ für lineare Listen vordefiniert: (Typparameter 'a; polymorpher Typ)

```
datatype 'a list = nil | :: of ('a * 'a list)
```

definiert den 0-stelligen Konstruktor `nil` und den 2-stelligen Konstruktor `::`

Schreibweisen für Listen:

```
x :: xs      eine Liste mit erstem Element x und der Restliste xs
[1, 2, 3]    für 1 :: 2 :: 3 :: nil
```

Nützliche vordefinierte Funktionen auf Listen:

```
hd l        erstes Element von l
tl l        Liste l ohne erstes Element
length l    Länge von l
null l      Prädikat: ist l gleich nil?
l1 @ l2     Liste aus Verkettung von l1 und l2
```

Funktion, die die Elemente einer Liste addiert:

```
fun Sum l = if null l then 0
            else (hd l) + Sum (tl l);
```

Signatur: `Sum: int list -> int`

Vorlesung Grundlagen der Programmiersprachen SS 2014 / Folie 706

Ziele:

Notation und Operationen für Listen kennenlernen

in der Vorlesung:

Erläuterungen

- zur Notation,
- zur Typdefinition,
- zu den elementaren Funktionen über Listen,
- zur Konkatenation von Listen mit Kopie der linken Teilliste, um die referentielle Konsistenz zu bewahren
- Werte können nicht geändert werden!

nachlesen:

..., Abschnitt 13.1.1, 13.1.2

Verständnisfragen:

- Die Operation zur Listenverkettung erfordert Kopieren. Warum?
- Beschreiben Sie die Operation durch Angabe eines Speicherbildes dazu.

Konkatenation von Listen

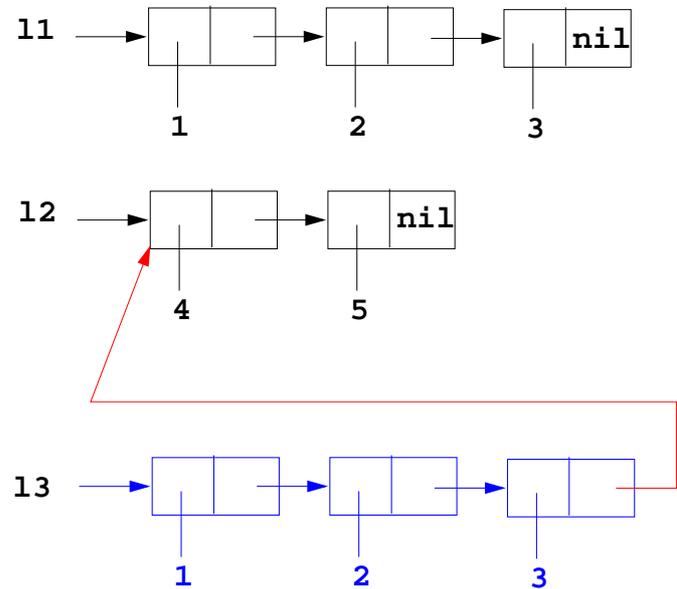
In funktionalen Sprachen werden Werte nie geändert.

Bei der **Konkatenation** zweier Listen wird die **Liste des linken Operands kopiert**.

```
val l1 = [1, 2, 3];
```

```
val l2 = [4, 5];
```

```
val l3 = l1 @ l2;
```



Vorlesung Grundlagen der Programmiersprachen SS 2014 / Folie 706a

Ziele:

Werte sind unveränderlich!

in der Vorlesung:

- Konkatenation erläutern;
- es gibt keine veränderlichen Variablen;
- durch Kopieren können neue Werte erzeugt werden, ohne existierende zu verändern.

nachlesen:

..., Abschnitt 13.1

nachlesen:

L. C. Paulson: ML for the Working Programmer, siehe [Folie 004](#)

Einige Funktionen über Listen

Liste[n,...,1] erzeugen:

```
fun MkList 0 = nil
|   MkList n = n :: MkList (n-1);
Signatur:           MkList: int -> int list
```

Fallunterscheidung mit Listenconstructoren nil und :: in Mustern:

Summe der Listenelemente:

```
fun Sum (nil) = 0
|   Sum (h::t) = h + Sum t;
```

Prädikat: Ist das Element in der Liste enthalten?:

```
fun Member (nil, m)= false
|   Member (h::t,m)= if h = m then true else Member (t,m);
```

Polymorphe Signatur: Member: ('a list * 'a) -> bool

Liste als Konkatination zweier Listen berechnen (@-Operator):

```
fun Append (nil, r)= r
|   Append (l, nil)= l
|   Append (h::t, r)= h :: Append (t, r);
```

Die linke Liste wird neu aufgebaut!

Polymorphe Signatur: Append: ('a list * 'a list) -> 'a list

Vorlesung Grundlagen der Programmiersprachen SS 2014 / Folie 707

Ziele:

Techniken für Funktionen über Listen

in der Vorlesung:

- Erläuterungen zu den Funktionen und ihren Signaturen,
- Erläuterung der Kurzschreibweise
- Append-Funktion: Listen werden nicht verändert, sondern kopiert wenn nötig!

nachlesen:

..., Abschnitt 13.1.2

Übungsaufgaben:

- Weitere Listenfunktionen entwerfen

Verständnisfragen:

Weshalb kann man keine zyklische Liste erzeugen?

Rekursionsschema Listen-Rekursion

lineare Listen sind als rekursiver Datentyp definiert:

```
datatype 'a list = nil | :: of ('a * 'a list)
```

Paradigma: Funktionen haben die gleiche Rekursionsstruktur wie der Datentyp:

```
fun F l = if l=nil then nicht-rekursiver Ausdruck
          else Ausdruck über hd l und F(tl l);
```

```
fun Sum l = if l=nil then 0
            else (hd l) + Sum (tl l);
```

Dasselbe in Kurzschreibweise mit Fallunterscheidung:

```
fun F (nil)      = nicht-rekursiver Ausdruck
  | F (h::t)     = Ausdruck über h und F t
```

```
fun Sum (nil)    = 0
  | Sum (h::t)   = h + Sum t;
```

Vorlesung Grundlagen der Programmiersprachen SS 2014 / Folie 708

Ziele:

Rekursionsschema anwenden lernen

in der Vorlesung:

Erläuterungen

- zum Rekursionsschema,
- Anwendung auf andere Funktionen über Listen

nachlesen:

..., Abschnitt 13.1.1, 13.1.2

Einige Funktionen über Bäumen

Parametrisierter Typ für Bäume:

```
datatype 'a tree = node of ('a tree * 'a * 'a tree) | treeNil
```

Paradigma: Funktionen haben die gleiche Rekursionsstruktur wie der Datentyp.

Beispiel: einen Baum spiegeln

```
fun Flip (treeNil)           = treeNil
  | Flip (node (l, v, r))    = node (Flip r, v, Flip l);
```

polymorphe Signatur: Flip: 'a tree -> 'a tree

Beispiel: einen Baum auf eine Liste der Knotenwerte abbilden (hier in Infix-Form)

```
fun Flatten (treeNil)       = nil
  | Flatten (node (l, v, r)) = (Flatten l) @ (v :: (Flatten r));
```

polymorphe Signatur: Flatten: 'a tree -> 'a list

Präfix-Form: ...

Postfix-Form: ...

Vorlesung Grundlagen der Programmiersprachen SS 2014 / Folie 709

Ziele:

Paradigma Datenrekursion für Bäume

in der Vorlesung:

- Datentyp und Schema erläutern
- Flatten erläutern
- Flatten auf Präfix- und Postfix-Form umstellen

nachlesen:

..., Abschnitt 13.1.2

Übungsaufgaben:

Stellen Sie Flatten auf Präfix- und Postfix-Form um.

End-Rekursion

In einer Funktion f heißt ein **Aufruf** von f **end-rekursiv**, wenn er (als letzte Operation) das Funktionsergebnis bestimmt, sonst heißt er **zentral-rekursiv**.

Eine **Funktion** heißt **end-rekursiv**, wenn **alle rekursiven Aufrufe end-rekursiv** sind.

Member ist end-rekursiv:

```
fun Member (l, a) =
  if null l then false
  else if (hd l) = a
    then true
    else Member (tl l, a);
```

Sum ist zentral-rekursiv:

```
fun Sum (nil) = 0
  | Sum (h::t) = h + (Sum t);
```

| Parameter | Ergebnis |
|--------------|----------|
| [1,2,3] 5 | F |
| [2,3] 5 | F |
| [3] 5 | F |
| [] 5 | F |

Laufzeitkeller für **Member** ([1,2,3], 5)

Ergebnis wird durchgereicht -
ohne Operation darauf

Vorlesung Grundlagen der Programmiersprachen SS 2014 / Folie 710

Ziele:

Prinzip: End-Rekursion verstehen

in der Vorlesung:

- End-Rekursion erkennen
- Aufrufergebnis verstehen

Übungsaufgaben:

- An Beispielen End-Rekursion erkennen

End-Rekursion entspricht Schleife

Jede **imperative Schleife** kann in eine **end-rekursive Funktion** transformiert werden.
Allgemeines Schema:

```
while ( p(x) ) {x = r(x);} return q(x);
fun While x = if p x then While (r x) else q x;
```

Jede **end-rekursive Funktion** kann in eine imperative Form transformiert werden:
Jeder **end-rekursive Aufruf** wird durch einen **Sprung** an den Anfang der Funktion
(oder durch eine **Schleife**) ersetzt:

```
fun Member (l, a) =
  if null l then false
  else if (hd l) = a then true else Member (tl l, a);
```

Imperativ in C:

```
int Member (ElemList l, Elem a)
{ Begin:  if (null (l)) return 0 /*false*/;
          else if (hd (l) == a) return 1 /*true*/;
          else { l = tl (l); goto Begin;}
}
```

Gute Übersetzer leisten diese Optimierung automatisch - auch in imperativen Sprachen.

Vorlesung Grundlagen der Programmiersprachen SS 2014 / Folie 710a

Ziele:

Prinzip: End-Rekursion - imperative Schleife

in der Vorlesung:

- Schleife in Funktion transformieren
- Funktion in Schleife transformieren

Übungsaufgaben:

- An Beispielen End-Rekursion transformieren

Verständnisfragen:

- In welchen Fällen benötigt man Hilfsvariable um einen end-rekursiven Aufruf zu transformieren?

Technik: Akkumulierender Parameter

Unter bestimmten Voraussetzungen können **zentral-rekursive** Funktionen in **end-rekursive** transformiert werden:

Ein **akkumulierender Parameter** führt das bisher berechnete Zwischenergebnis mit durch die Rekursion. Die Berechnungsrichtung wird umgekehrt,

z. B.: Summe der Elemente einer Liste **zentral-rekursiv**:

```
fun Sum (nil)= 0
| Sum (h::t)= h + (Sum t);
```

```
Sum [1, 2, 3, 4] berechnet
1 + (2 + (3 + (4 + (0))))
```

transformiert in end-rekursiv:

```
fun ASum (nil, a:int) = a
| ASum (h::t, a)      = ASum (t, a + h);
```

```
fun Sum l = ASum (l, 0);
```

```
ASum ([1, 2, 3, 4], 0) berechnet
((((0 + 1) + 2) + 3) + 4)
```

Die Verknüpfung (hier +) muß **assoziativ** sein.

Initial wird mit dem **neutralen Element der Verknüpfung** (hier 0) aufgerufen.

Gleiche Technik bei AFib (GPS-7.5a); dort 2 akkumulierende Parameter.

Vorlesung Grundlagen der Programmiersprachen SS 2014 / Folie 711

Ziele:

Systematische Transformationstechnik verstehen

in der Vorlesung:

- Ausgeführte Verknüpfungen zeigen
- Aufrufkeller zeigen

Übungsaufgaben:

- Technik an Beispielen anwenden

Liste umkehren mit akkumulierendem Parameter

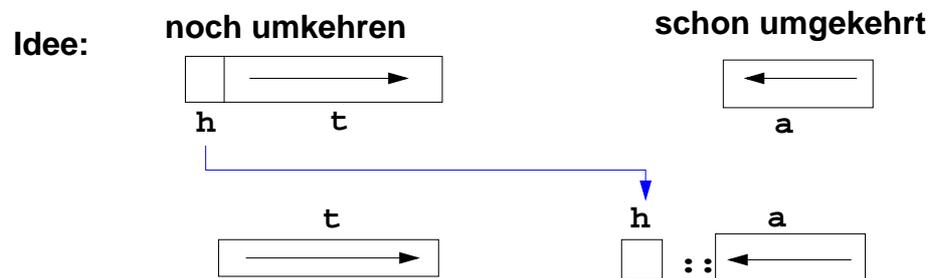
Liste umkehren:

```
fun Reverse (nil)= nil
| Reverse (h::t)= Append (Reverse t, h::nil);
```

Append dupliziert die linke Liste bei jeder Rekursion von **Reverse**, benötigt also k mal $::$, wenn k die Länge der linken Liste ist. Insgesamt benötigt **Reverse** wegen der Rekursion $(n-1) + (n-2) + \dots + 1$ mal $::$, also Aufwand $O(n^2)$.

Transformation von **Reverse** führt zu linearem Aufwand:

```
fun AReverse (nil, a)= a
| AReverse (h::t,a)= AReverse (t, h::a);
fun Reverse l = AReverse (l, nil);
```



Vorlesung Grundlagen der Programmiersprachen SS 2014 / Folie 711a

Ziele:

Effizienz durch akkumulierenden Parameter

in der Vorlesung:

- Aufrufkeller zeigen

Verständnisfragen:

- Zeigen Sie den Aufwand dieser `Reverse`-Implementierung.

Funktionen höherer Ordnung (Parameter): `map`

Berechnungsschemata mit Funktionen als Parameter

Beispiel: eine Liste elementweise transformieren

```
fun map(f, nil) = nil
|   map(f, h::t) = (f h) :: map (f, t);
Signatur: map: (('a ->'b) * 'a list) -> 'b list
```

Anwendungen von `Map`, z. B.

```
map (fn i => i*2.5, [1.0,2.0,3.0]); Ergebnis:[2.5, 5.0, 7.5]
map (fn x => (x,x), [1,2,3]);   Ergebnis: [(1,1), (2,2), (3,3)]
```

Vorlesung Grundlagen der Programmiersprachen SS 2014 / Folie 712

Ziele:

Wichtiges Berechnungsmuster für Listenfunktionen

in der Vorlesung:

- Schema und Anwendungen von `Map` zeigen
- Zeigen wie die Typinferenz die allgemeinste polymorphe Signatur von Funktionen bestimmt.

nachlesen:

..., Abschnitt 13.1.1

Funktionen höherer Ordnung (Parameter): `foldl`

`foldl` verknüpft Listenelemente von links nach rechts

`foldl` ist mit **akkumulierendem Parameter** definiert:

```
fun foldl (f, a, nil) = a
| foldl (f, a, h::t) = foldl (f, f (a, h), t);
Signatur: foldl: (('b * 'a)->'b * 'b * 'a list) -> 'b
```

Für `foldl (f, 0, [1, 2, 3, 4])`
wird berechnet `f(f(f(f(0, 1), 2), 3), 4)`

Anwendungen von `foldl`

assoziative **Verknüpfungsfunktion** und **neutrales Element** einsetzen:

```
fun Sum l = foldl (fn (a, h:int) => a+h, 0, l);
```

Verknüpfung: **Addition**; `Sum` addiert Listenelemente

```
fun Reverse l = foldl (fn (a, h) => h::a, nil, l);
```

Verknüpfung: **Liste vorne verlängern**; `Reverse` kehrt Liste um

Vorlesung Grundlagen der Programmiersprachen SS 2014 / Folie 712a

Ziele:

Wichtiges Berechnungsmuster für Listenfunktionen

in der Vorlesung:

- Schema und Anwendungen von `LInsert` zeigen
- Zeigen wie die Typinferenz die allgemeinste polymorphe Signatur von Funktionen bestimmt.

nachlesen:

..., Abschnitt 13.1.1

Übungsaufgaben:

- Geben Sie ein Schema zur Verknüpfung der Listenelemente von rechts nach links an.

Polynomberechnung mit `foldl`

Ein **Polynom** $a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$ sei durch seine **Koeffizientenliste** $[a_n, \dots, a_1, a_0]$ dargestellt

Berechnung eines Polynomwertes an der Stelle x nach dem Horner-Schema:

$$(\dots((0 * x + a_n) * x + a_{n-1}) * x + \dots + a_1) * x + a_0$$

Funktion `Horner` berechnet den Polynomwert für x nach dem Horner-Schema:

```
fun Horner (koeff, x:real) = foldl (fn(a, h)=>a*x+h, 0.0, koeff);
```

Verknüpfungsfunktion `fn(a, h)=>a*x+h` hat freie Variable `x`, sie ist gebunden als Parameter von `Horner`

Aufrufe z. B.

```
Horner ([1.0, 2.0, 3.0], 10.0);
Horner ([1.0, 2.0, 3.0], 2.0);
```

Vorlesung Grundlagen der Programmiersprachen SS 2014 / Folie 713

Ziele:

Wirksame Anwendung von `LInsert`

in der Vorlesung:

- Horner-Schema,
- Verknüpfungsfunktion,
- Bindung von `x`

erläutern

nachlesen:

..., Abschnitt 13.1.1

Funktionen höherer Ordnung (Ergebnis)

Einfaches Beispiel für **Funktion als Ergebnis**:

```
fun Choice true    = (fn x => x + 1)
  | Choice false  = (fn x => x * 2);
```

Signatur Choice: `bool -> (int -> int)`

Meist sind **freie Variable** der Ergebnisfunktion an Parameterwerte der **konstruierenden Funktion** gebunden:

```
fun Comp (f, g) = fn x => f (g x);
```

Hintereinanderausführung von `g` und `f`

Signatur Comp: `('b->'c * 'a->'b) -> ('a->'c)`

Anwendung: z. B. Bildung einer benannten Funktion `Hoch4`

```
val Hoch4 = Comp (Sqr, Sqr);
```

Vorlesung Grundlagen der Programmiersprachen SS 2014 / Folie 714

Ziele:

Funktionen als Daten errechnen

in der Vorlesung:

Erläuterung der Beispiele

nachlesen:

..., Abschnitt Abschnitt 13.1.3

Currying

Currying: Eine Funktion mit **Parametertupel** wird umgeformt in eine Funktion mit einfachem Parameter und einer **Ergebnisfunktion**; z. B. schrittweise Bindung der Parameter:

| | Parametertupel | Curry-Form |
|----------|--|---|
| | <code>fun Add (x, y:int) = x + y;</code> | <code>fun CAdd x = fn y:int => x + y;</code> |
| Signatur | <code>Add: (int * int) -> int</code> | <code>CAdd: int -> (int -> int)</code> |

In Aufrufen müssen alle Parameter(komponenten) sofort angegeben werden

`Add (3, 5)`

können die Parameter schrittweise gebunden werden:

`(CAdd 3) 5`

Auch **rekursiv**:

```
fun CPower n = fn b =>
  if n = 0 then 1.0 else b * CPower (n-1) b;
```

Signatur `CPower: int -> (real -> real)`

Anwendung:

`val Hoch3 = CPower 3;`

eine Funktion, die „hoch 3“ berechnet

`(Hoch3 4)` liefert 64

`((CPower 3) 4)` liefert 64

Vorlesung Grundlagen der Programmiersprachen SS 2014 / Folie 715

Ziele:

Prinzip Currying verstehen

in der Vorlesung:

Erläuterung des Curry-Prinzips

- an Signaturen
- an Funktionen
- an Anwendungen

nachlesen:

..., Abschnitt Abschnitt 13.1.3

Übungsaufgaben:

- Wenden Sie Currying auf weitere Funktionen an.

Verständnisfragen:

- Erläutern Sie am Beispiel `CHorner`: Parameterdaten werden in der Ergebnisfunktion gebunden.

Kurzschreibweise für Funktionen in Curry-Form

Langform:

```
fun CPower n = fn b =>
  if n = 0 then 1.0 else b * CPower (n-1) b;
```

Signatur CPower: int -> (real -> real)

Kurzschreibweise für Funktion in Curry-Form:

```
fun CPower n b =
  if n = 0 then 1.0 else b * CPower (n-1) b;
```

Funktion `Horner` berechnet den Polynomwert für `x` nach dem Horner-Schema (GPS-7.13), in Tupelform:

```
fun Horner (koeff, x:real) = foldl (fn(a, h)=>a*x+h, 0.0, koeff);
```

Horner-Funktion in Curry-Form:

`CHorner` liefert eine Funktion; die Koeffizientenliste ist darin gebunden:

```
fun CHorner koeff x:real = foldl (fn(a, h)=>a*x+h, 0.0, koeff);
```

Signatur `CHorner`: (real list) -> (real -> real)

```
Aufruf: val MyPoly = CHorner [1.0, 2.0, 3.0];
        ...
        MyPoly 10.0
```

Vorlesung Grundlagen der Programmiersprachen SS 2014 / Folie 715a

Ziele:

Kurzschreibweise für Currying

in der Vorlesung:

Erläuterung

- der Kurzschreibweise,
- der Horner-Funktion,
- schrittweise Bindung der Parameter

nachlesen:

..., Abschnitt Abschnitt 13.1.3

Verständnisfragen:

- Erläutern Sie am Beispiel `CHorner`: Parameterdaten werden in der Ergebnisfunktion gebunden.

Zusammenfassung zum Kapitel 7

Mit den Vorlesungen und Übungen zu Kapitel 7 sollen Sie nun Folgendes können:

- Funktionale Programme unter Verwendung treffender Begriffe präzise erklären
- Funktionen in einfacher Notation von SML lesen und schreiben
- Rekursionsparadigmen Induktion, Rekursion über Listen anwenden
- End-Rekursion erkennen und Programmiertechnik „akkumulierender Parameter“ anwenden
- Berechnungsschemata mit Funktionen als Parameter anwenden
- Programmiertechnik „Currying“ verstehen und anwenden

Vorlesung Grundlagen der Programmiersprachen SS 2014 / Folie 716

Ziele:

Ziele des Kapitels erkennen

in der Vorlesung:

Erläuterungen dazu