

Modellierung WS 2011/2012 — Übungsblatt 8

Ausgabe: 02.12.2011 — Abgabe: 12.12.2011, 11:15 Uhr, Kasten im D3-Flur.

Aufgabe 1: Fehlerhafte Negation

(Korrekturaufgabe, 2 Punkte)

Alle gehen in die Vorlesung

Zeigen Sie, dass die Aussage “Niemand geht in die Vorlesung” nicht die Negation der obigen Aussage ist.

Aufgabe 2: Äquivalenz prädikatenlogischer Formeln

(Korrekturaufgabe, 4 Punkte)

Überprüfen Sie die Korrektheit der folgenden Äquivalenzen mit Hilfe der Umformungsregeln (Folie 4.40). Benennen Sie die Variablen ggf. konsistent um. Geben Sie in jedem Schritt die verwendete Regel an.

(a) $\forall x \text{ schön}(x) \wedge \exists x \text{ reich}(x) \equiv \forall x \exists x_1 (\text{schön}(x) \wedge \text{reich}(x_1))$

(b) $\exists x \text{ klein}(x) \wedge \forall y \text{ schnell}(z) \wedge \forall y \text{ schnell}(y) \equiv \exists x \forall y (\text{klein}(x) \wedge \text{schnell}(z) \wedge \text{schnell}(y))$

Aufgabe 3: Normalformen prädikatenlogischer Formeln

(Korrekturaufgabe, 4 Punkte)

(a) Negationsnormalform NNF

(1) Wann ist eine prädikatenlogische Formel in NNF?

(2) Wenden Sie die folgende Ersetzungsregeln an, um eine Formel α in NNF zu transformieren:

(a) Ersetze $\neg(a \wedge b)$ durch $\neg a \vee \neg b$

(b) Ersetze $\neg(a \vee b)$ durch $\neg a \wedge \neg b$

(c) Ersetze $\neg\neg a$ durch a

(d) Ersetze $\neg\exists x a$ durch $\forall x \neg a$

(e) Ersetze $\neg\forall x a$ durch $\exists x \neg a$

Transformieren Sie folgende Formel in NNF. Geben Sie für jeden Schritt die angewandte Regel an.

$$\neg\exists x(\forall yP(x, y) \vee \exists xQ(w, x))$$

(b) Pränexe Normalform PNF

(1) Wann ist eine prädikatenlogische Formel in PNF?

(2) Wenden Sie konsistente Umbenennung und die Ersetzungsregeln a) - d) von Folie (Mod.-4.44) und ihre kommutativen Varianten (quantisierte Formel steht rechts des Junktors) an, um die in Aufgabenteil (a) konstruierte NNF-Formel in PNF zu transformieren. Geben Sie für jeden Schritt die angewandte Regel an.

Aufgabe 4: Hoare-Kalkül

(Korrekturaufgabe, 8 Punkte)

Ergänzen Sie die fehlenden Vor- und Nachbedingungen. Formen Sie auch gegebenenfalls die Vorbedingung passend um.

(a) $\{\dots\}$

$$x := 4x - y$$

$\{\dots\}$

$$y := x + y$$

$\{\dots\}$

$$x := y - x$$

$$\{x = a \wedge y = a\}$$

(b) $\{\dots\}$

$$x := x * y$$

$$\{x = 15 \wedge y = 3\}$$

(c) $\{x = -1 \wedge y = 3 \wedge x < 0\}$

$$x := y - x$$

$\{\dots\}$

(d) $\{x \leq y\}$

$$x := x - y$$

$\{\dots\}$

$$x := x + 1$$

$\{\dots\}$