5. Modellierung von Strukturen
5.1 Kontextfreie Grammatiken

Kontextfreie Grammatik (KFG): formaler Kalkül, Ersetzungssystem; definiert

- **Sprache** als Menge von Sätzen; jeder **Satz** ist eine **Folge von Symbolen**
- **Menge von Bäumen**; jeder Baum repräsentiert die **Struktur eines Satzes** der Sprache

Anwendungen:

- Programme einer **Programmiersprache** und deren Struktur, z. B. Java, Pascal, C
- Sprachen als Schnittstellen zwischen Software-Werkzeugen, **Datenaustauschformate**, z. B. HTML, XML
- Bäume zur Repräsentation **strukturierter Daten**, z. B. in HTML
- Struktur von **Protokollen** beim Austausch von Nachrichten zwischen Geräten oder Prozessen

Beispiel zu HTML:

```
<table>
    <tr>
        <td>Mo</td>
        <td>11-13</td>
        <td>AM</td>
    </tr>
    <tr>
        <td>Fr</td>
        <td>9-11</td>
        <td>AM</td>
    </tr>
</table>
```

© 2001 bei Prof. Dr. Uwe Kastens

Vorlesung Modellierung WS 2001/2002 / Folie 501

Ziele:

Einsatz von KFGn kennenlernen

in der Vorlesung:

Erläuterungen zu den Anwendungen

nachlesen:

G. Goos: Vorl. über Informatik Bd.1, Abschnitt 1.6.3

Kontextfreie Grammatik

Eine kontextfreie Grammatik G = (T, N, P, S) besteht aus:

T	**Menge der Terminalsymbole** (kurz: Terminale)
N	**Menge der Nichtterminalsymbole** (kurz: Nichtterminale) T und N sind disjunkte Mengen
$S \in N$	**Startsymbol** (auch Zielsymbol)
$P \subseteq N \times V^*$	**Menge der Produktionen**; $(A, x) \in P$, mit $A \in N$ und $x \in V^*$; statt (A, x) schreibt man A ::= x
$V = T \cup N$	heißt auch **Vokabular**, seine Elemente heißen **Symbole**

Man sagt „In der Produktion A ::= x steht A auf der **linken Seite** und x auf der **rechten Seite**."
Man gibt Produktionen häufig **Namen**: p1: A ::= x
In Symbolfolgen aus V* werden die Elemente nur durch Zwischenraum getrennt: A ::= B C D

Beispiel:

Terminale	**T** = { `(`, `)` }
Nichtterminale	**N** = { `Klammern`, `Liste` }
Startsymbol	**S** = `Klammern`

Name	**Produktionsmenge P**		
	N		**V***
	{		
p1:	**Klammern**	**::=**	**'(' Liste ')'**
p2:	**Liste**	**::=**	**Klammern Liste**
p3:	**Liste**	**::=**	
	}		

Vorlesung Modellierung WS 2001/2002 / Folie 502

Ziele:

KFG Definition lernen

in der Vorlesung:

- Erläuterung der Bergriffe an dem Beispiel
- Erläuterung der Notation von Produktionen
- Unbenannte Terminale werden gekennzeichnet, um Verwechselungen mit KFG-Zeichen zu vermeiden: '('

nachlesen:

G. Goos: Vorl. über Informatik Bd.1, Abschnitt 1.6.3

Bedeutung der Produktionen

Eine Produktion A ::= x ist eine **Strukturregel**: A **besteht aus** x

Beispiele:

	DeutscherSatz	::=	Subjekt Prädikat Objekt
Ein	DeutscherSatz	*besteht aus (der Folge)*	Subjekt Prädikat Objekt
	Klammern	::=	'(' Liste ')'
	Zuweisung	::=	Variable ':=' Ausdruck
	Variable	::=	Variable '[' Ausdruck ']'

Produktion graphisch als gewurzelter Baum mit geordneten Kanten und mit Symbolen als Knotenmarken:

© 2002 bei Prof. Dr. Uwe Kastens

Vorlesung Modellierung WS 2001/2002 / Folie 503

Ziele:

Produktionen verstehen

in der Vorlesung:

Erläuterungen der beiden Rollen von Produktionen:

- Definition von Struktur: "besteht aus"
- Definition von Ersetzungen
- Siehe auch Mod-5.5 zur graphischen Darstellung von Produktionen.

nachlesen:

G. Goos: Vorl. über Informatik Bd.1, Abschnitt 1.6.3

Ableitungen

Produktionen sind **Ersetzungsregeln**: Ein Nichtterminal A in einer Symbolfolge u A v kann durch die rechte Seite x einer Produktion A ::= x ersetzt werden.
Das ist ein **Ableitungsschritt**; er wird notiert als u A v => u x v

z. B. **`Klammern Klammern Liste`** => **`Klammern ( Liste ) Liste`**
mit Produktion p1

Beliebig viele Ableitungsschritte nacheinander angewandt heißen **Ableitung**; notiert als u =>* v

Eine kontextfreie Grammatik **definiert eine Sprache**; das ist eine Menge von Sätzen.
Jeder Satz ist eine Folge von Terminalsymbolen, die aus dem Startsymbol ableitbar ist:

L(G) = { w | w ∈ T* und S =>* w }

Grammatik auf Mod-5.2 definiert geschachtelte Folgen paariger Klammern als Sprachmenge:

{ `()`, `(())`, `(()()())`, `((()())(()))`, ... } ⊆ L(G)

Ableitung des Satzes `(()())`:

S = Klammern
=> (Liste)
=> (Klammern Liste)
=> (Klammern Klammern Liste)
=> (KLammern (Liste) Liste)
=> ((Liste) (Liste) Liste)
=> (( ) (Liste) Liste)
=> (( ) ( ) Liste)
=> (( ) ( ))

Vorlesung Modellierung WS 2001/2002 / Folie 504

Ziele:

Ableitungsbegriff verstehen

in der Vorlesung:

Erläuterungen dazu

- Beispiele für Ableitungen
- Beispiele für Sprachen

nachlesen:

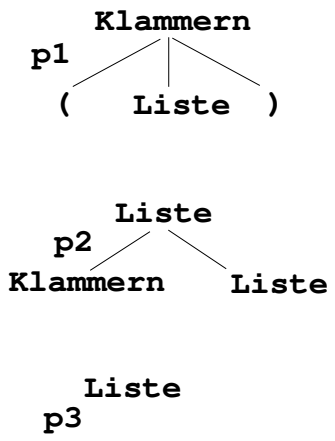
G. Goos: Vorl. über Informatik Bd.1, Abschnitt 1.6.3

Ableitungsbäume

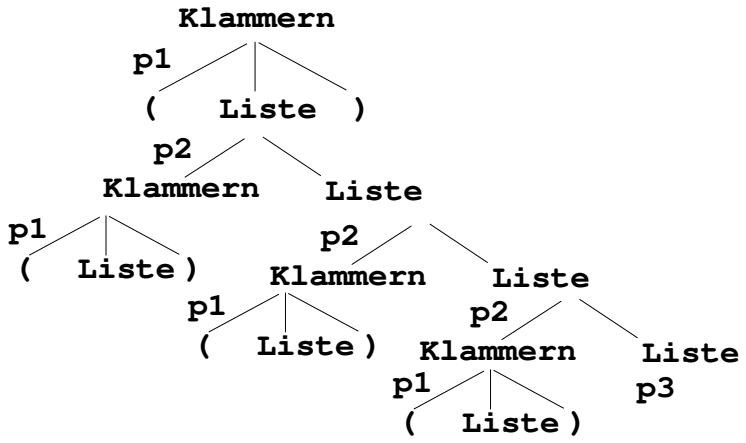
Jede Ableitung kann man als **gewurzelten Baum** darstellen:

Die **Knoten** mit ihren Marken repräsentieren **Vorkommen von Symbolen**.
Ein Knoten mit seinen direkten Nachbarn repräsentiert die **Anwendung einer Produktion**.
Die **Wurzel** ist mit dem **Startsymbol** markiert.
Terminale kommen nur an **Blättern** vor.

Produktionen:



ein Ableitungsbaum:



der Satz dazu: `(()()())`

Satz zum Baum: Terminale im links-abwärts Durchgang

© 2001 bei Prof. Dr. Uwe Kastens

Vorlesung Modellierung WS 2001/2002 / Folie 505

Ziele:

Ableitungsbaum verstehen

in der Vorlesung:

- Konstruktion des Baumes durch Zusammensetzen von Produktionsanwendungen,
- Zusammenhang zum Satz der Sprache

nachlesen:

G. Goos: Vorl. über Informatik Bd.1, Abschnitt 1.6.3

Beispiel: Ausdrucksgrammatik

p1: Ausdruck ::= Ausdruck BinOpr Ausdruck

p2: Ausdruck ::= Zahl

p3: Ausdruck ::= Bezeichner

p4: Ausdruck ::= '(' Ausdruck ')'

p5: BinOpr ::= '+'

p6: BinOpr ::= '-'

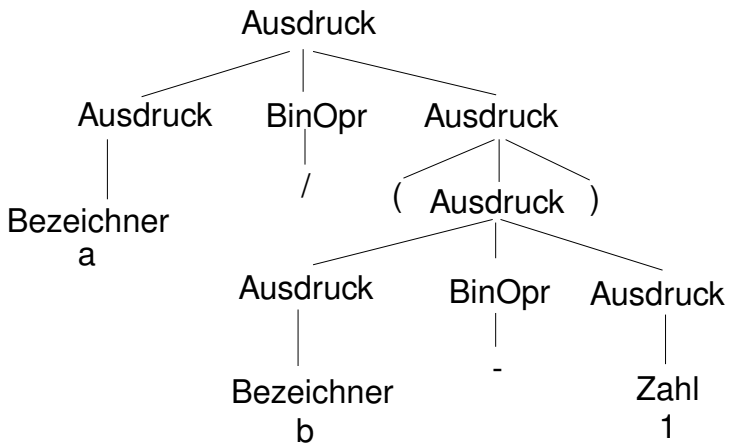
p7: BinOpr ::= '*'

p8: BinOpr ::= '/'

Startsymbol: Ausdruck

Terminale:
{ Zahl, Bezeichner, (,), +, -, *, / }

Ableitungsbaum zum Ausdruck
a / (b - 1)



Schreibweise der Terminale
Zahl und Bezeichner wird nicht in der KFG definiert.

Grammatik ist mehrdeutig: Es gibt **Sätze, die mehrere Ableitungsbäume** haben.

© 2002 bei Prof. Dr. Uwe Kastens

Vorlesung Modellierung WS 2001/2002 / Folie 506

Ziele:

Vollständiges Beispiel sehen

in der Vorlesung:

- Erläuterungen dazu.
- Vergleich mit Kantorowitsch-Bäumen.
- Diese Grammatik ist mehrdeutig: z. B. hat der Satz a+b+c mehrere Ableitungsbäume.

nachlesen:

G. Goos: Vorl. über Informatik Bd.1, Abschnitt 1.6.3

Beispiel: Tabellen in HTML

HTML: Hypertext Markup Language zur Darstellung von verzeigerten Dokumenten, insbesondere im WWW verwendet.
typisch: geklammerte Strukturen mit Klammern der Form **<x>...</x>**.
hier: vereinfachter Ausschnitt aus der Sprache zur Darstellung von Tabellen.

Produktionen der kontextfreien Grammatik:

Table	::= '<table>' Rows '</table>'
Rows	::= Row *
Row	::= '<tr>' Cells '</tr>'
Cells	::= Cell *
Cell	::= '<td>' Text '</td>'
Cell	::= '<td>' Table '</td>'

Beispieltext in HTML:

```
<table>
    <tr> <td>Tag</td>
         <td>Zeit</td>
         <td>Raum</td></tr>
    <tr> <td>Mo</td>
         <td>11:00-12.30</td>
         <td>AM</td></tr>
    <tr> <td>Fr</td>
         <td>9:15-10:45</td>
         <td>AM</td></tr>
</table>
```

Erweiterung der Notation vonKFGn:

X * auf der rechten Seite einer Produktion steht für eine **beliebig lange Folge von X**

(gleiche Bedeutung wie bei Wertebereichen)

Darstellung der Tabelle:

Tag	Zeit	Raum
Mo	11:00-12.30	AM
Fr	9:15-10:45	AM

© 2002 bei Prof. Dr. Uwe Kastens

Vorlesung Modellierung WS 2001/2002 / Folie 507

Ziele:

HTML-Ausschnitt verstehen

in der Vorlesung:

Erläuterungen

- zum *-Operator (siehe Mod-2.8a),
- zur Struktur von HTML,
- zum Beispiel,
- zur Baumdarstellung

Übungsaufgaben:

Beschreiben Sie die Operationsfolgen zur Bedienung des Getränkeautomaten durch eine KFG.