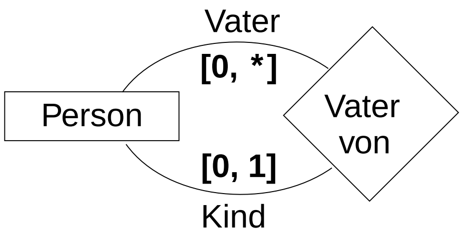
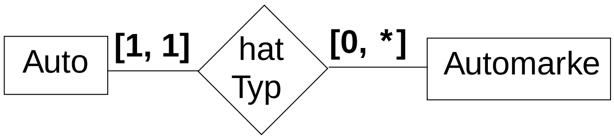
Hinweise zur Modellierung mit ER

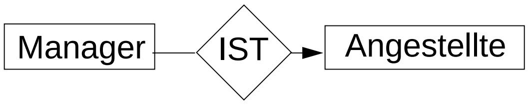
- In einem ER-Modell kommt **jede Entity-Menge nur einmal** vor.
- **Rollen** zu Relationen **angeben**, wo es nötig ist.
- Bedeutung der Kardinalitäten klarstellen.



- **Typ - Exemplar - Relationen** bewusst einsetzen.



- **Spezialisierung** sinnvoll einsetzen.



- Typ - Exemplar - Relation **nicht** mit Spezialisierung **verwechseln**

Vorlesung Modellierung WS 2001/2002 / Folie 518

Ziele:

Einige Modellierungsregeln

in der Vorlesung:

Erläuterungen dazu mit Hinweis auf Beispiele

6. Modellierung von Abläufen
6.1 Endliche Automaten

Endlicher Automat:
Formaler Kalkül zur **Spezifikation von realen oder abstrakten Maschinen**. Sie

- reagieren auf **äußere Ereignisse**,
- ändern ihren **inneren Zustand**,
- produzieren ggf. **Ausgabe**.

Endliche Automaten werden **eingesetzt**, um

- das **Verhalten realer Maschinen** zu spezifizieren, z. B. Getränkeautomat,
- das **Verhalten von Software-Komponenten** zu spezifizieren,
  z. B. Reaktionen von Benutzungsoberflächen auf Bedienereignisse,
- **Sprachen zu spezifizieren**: Menge der Ereignis- oder Symbolfolgen, die der Automat akzeptiert, z. B. Schreibweise von Bezeichnern und Zahlwerten in Programmen

Zunächst definieren wir nur die **Eingabeverarbeitung** der Automaten;
das Erzeugen von **Ausgabe** fügen wir **später** hinzu.

Vorlesung Modellierung WS 2001/2002 / Folie 601

Ziele:

Charakterisierung endlicher Automaten

in der Vorlesung:

Erläuterungen dazu

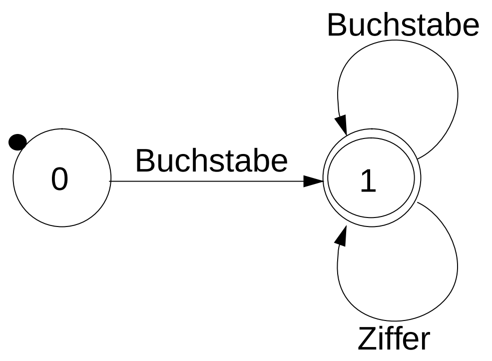
nachlesen:

G. Goos: Vorl. über Informatik Bd.1, Abschnitt 2.4

Zwei einführende Beispiele

Endlicher Automat definiert eine **Sprache**,
d. h. eine Menge von Wörtern.
Ein Wort ist eine Folge von Zeichen.

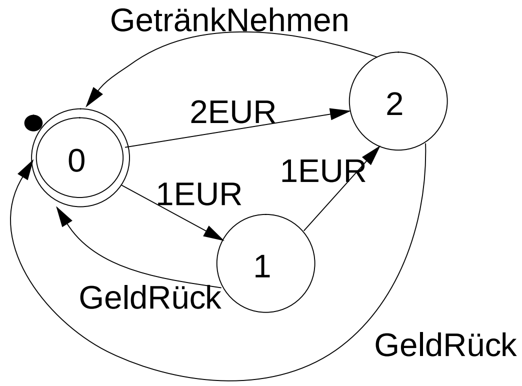
Hier: **Bezeichner** in Pascal-Programmen:



Akzeptiert Folgen von Buchstaben und Ziffern beginnend mit einem Buchstaben.

Endlicher Automat spezifiziert das **Verhalten einer Maschine**.

Hier: einfacher **Getränkeautomat**:



Akzeptiert Folgen von Ereignissen zur Bedienung eines Getränkeautomaten

Endliche Automaten können durch **gerichtete, markierte Graphen** dargestellt werden, **Ablaufgraphen**.

Vorlesung Modellierung WS 2001/2002 / Folie 602

Ziele:

Eindruck von Automaten und ihrer Darstellung

in der Vorlesung:

Informelle Erläuterungen zu

- Zuständen,
- Übergängen,
- äußeren Ereignissen

nachlesen:

G. Goos: Vorl. über Informatik Bd.1, Abschnitt 2.4

Alphabete

Alphabet: Eine **Menge von Zeichen** zur Bildung von Zeichenfolgen, häufig mit Σ bezeichnet.

Wir betrachten hier nur endliche Alphabete, z. B.

{0, 1}, {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}, {a, b, ..., z}

Ein **Wort über einem Alphabet** Σ ist eine **Zeichenfolge** aus Σ^*

statt $(a_1, a_2, ..., a_n) \in \Sigma^*$ schreiben wir $a_1\ a_2 \ldots a_n$, z. B. $10010 \in \{0, 1\}^*$

für die leere Folge schreiben wir ε (epsilon)

Vorlesung Modellierung WS 2001/2002 / Folie 603

Ziele:

Wörter über Alphabeten

in der Vorlesung:

Erläuterungen und Beispiele dazu

nachlesen:

G. Goos: Vorl. über Informatik Bd.1, Abschnitt 2.4

Reguläre Ausdrücke

R**eguläre Ausdrücke** beschreiben **Mengen von Worten**, die nach bestimmten Regeln aufgebaut sind. Seien F und G reguläre Ausdrücke, dann gilt

regulärer Ausdruck	**Menge von Worten**	**Erklärung**
a	{ a }	Zeichen a als Wort
ε	{ ε }	das leere Wort
F | G	$\{ f \mid f \in F \} \cup \{ g \mid g \in G \}$	Alternativen
F G	$\{ f\, g \mid f \in F, g \in G \}$	Zusammenfügen von Worten
F^n	$\{ f_1\, f_2 \ldots f_n \mid \forall i \in \{1,..n\}: f_i \in F \}$	n Worte aus F
F^*	$\{ f_1\, f_2 \ldots f_n \mid n \geq 0 \text{ und } \forall i \in \{1,..n\}: f_i \in F \}$	Folgen von Worten aus F
F^+	$\{ f_1\, f_2 \ldots f_n \mid n \geq 1 \text{ und } \forall i \in \{1,..n\}: f_i \in F \}$	nicht-leere Folgen von Worten aus F
(F)	= F	Klammerung

Beispiele: $1^3\ (1 \mid 0)^*\ 0^3$

Bezeichner = B (B | D)* mit B = a | b | ... | z und D = 0 | 1 | ... | 9

Vorlesung Modellierung WS 2001/2002 / Folie 603a

Ziele:

Einfache Beschreibung von Wortmengen kennenlernen

in der Vorlesung:

Erläuterungen zu

- rekursiver Definition von regulären Ausdrücken,
- Hintereinanderschreibung von Zeichen und Teilworten,
- Folgen von Worten,
- Alternativen,
- Namen für reguläre Ausdrücke

nachlesen:

G. Goos: Vorl. über Informatik Bd.1, Abschnitt 2.5

Verständnisfragen:

Unterscheiden Sie:

- das leere Wort,
- die leere Menge,
- die Menge, die nur das leere Wort enthält.

Deterministischer endlicher Automat

Deterministischer endlicher Automat (engl.: deterministic finite automaton, DFA):

Quintupel $A = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$ mit

Σ	endliches **Eingabealphabet**
Q	endliche **Menge von Zuständen**
δ	**Übergangsfunktion** aus $Q \times \Sigma \rightarrow Q$
$q_0 \in Q$	**Anfangszustand**
$F \subseteq Q$	**Menge der Endzustände** (akzeptierend)

Wir nennen $r = \delta(q, a)$ **Nachfolgezustand von q unter a**.

A heißt **deterministisch, weil** es **zu jedem Paar (q, a)**, mit $q \in Q$, $a \in \Sigma$, **höchstens einen Nachfolgezustand** $\delta(q, a)$ gibt, d. h. δ ist eine **Funktion in Q.**

A heißt **vollständig, wenn** die **Übergangsfunktion** δ eine **totale** Funktion ist.

Vorlesung Modellierung WS 2001/2002 / Folie 604

Ziele:

Formale Definition verstehen

in der Vorlesung:

Erläuterungen zu

- den Komponenten des 5-Tupels,
- dem Begriff "deterministisch",
- der Eigenschaft "vollständig"

nachlesen:

G. Goos: Vorl. über Informatik Bd.1, Abschnitt 2.4

Gerichteter Graph zu endlichem Automaten

Knoten: **Zustände** des Automaten; Anfangszustand und Endzustände werden speziell markiert
Kanten: **Übergangsfunktion**, q -> r markiert mit a, genau dann wenn $\delta(q, a) = r$
Es gibt Kanten, die sich nur durch ihre Markierung unterscheiden, deshalb: **Multigraph**

Beispiele von Mod-6.2:

Σ := Menge der ASCII-Zeichen

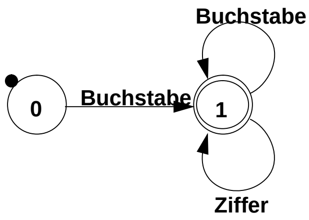
Q := {0, 1}

δ :=

	a...zA...Z	0...9	sonstige
0	1		
1	1	1	

$q_0 = 0$

F = {1}



Buchstabe, Ziffer
sind Namen reg. Ausdrücke

Σ := {**1EUR, 2EUR, GeldRück, GetränkNehmen**}

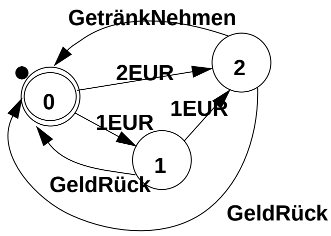
Q := {0, 1, 2}

δ :=

	1EUR	2EUR	GeldRück	GetränkNehmen
0	1	2		
1	2		0	
2			0	0

$q_0 = 0$

F = {0}



Vorlesung Modellierung WS 2001/2002 / Folie 605

Ziele:

Graphdarstellung verstehen

in der Vorlesung:

- Übergangsfunktion ist als Tabelle angegeben
- Markierung von Anfangs- und Endzuständen
- Zusammenfassung von Zeichen mit gleichen Übergängen zu Zeichenklassen

nachlesen:

G. Goos: Vorl. über Informatik Bd.1, Abschnitt 2.4

Akzeptierte Sprache

Die Zeichen einer Zeichenfolge bewirken nacheinander Zustandsübergänge in Automaten.
Zustandsübergangsfunktion erweitert für Zeichenfolgen:

Sei $\delta: Q \times \Sigma \to Q$ eine **Übergangsfunktion für Zeichen**,
dann ist $\hat{\delta}: Q \times \Sigma^* \to Q$ eine **Übergangsfunktion für Wörter**, rekursiv definiert:

- Übergang mit dem **leeren Wort**: $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = q$ für alle $q \in Q$
- Übergang mit dem **Wort wa**: $\hat{\delta}(q, wa) = \delta(\hat{\delta}(q, w), a)$ für alle $q \in Q$, $w \in \Sigma^*$, $a \in \Sigma$

Statt $\hat{\delta}$ schreiben wir meist auch δ.

Sei $A = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$ ein deterministischer endlicher Automat und $w \in \Sigma^*$.
A akzeptiert das Wort w genau dann, wenn $\delta(q_0, w) \in F$.
Die Menge $L(A) := \{ w \in \Sigma^* \mid \delta(q_0, w) \in F \}$ heißt die **von A akzeptierte Sprache**.

Beispiele für Sprachen, die von endlichen Automaten akzeptiert werden können:

$L_1 = \bigcup_{n, m \in \mathbb{N}} a^n b^m$ $\qquad$ $L_2 = \Sigma^*$

Es gibt keinen endlichen Automaten, der $L_3 = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} a^n b^n$ akzeptiert.

Vorlesung Modellierung WS 2001/2002 / Folie 606

Ziele:

Sprache eines endlichen Automaten verstehen

in der Vorlesung:

Erläuterungen

- zur Übergangsfunktion für Wörter,
- zur Sprache des Automaten,
- zu Beispielen

In der Praxis werden Automaten meist nicht vollständig (siehe Mod-6.4) angegeben. Sie arbeiten dann nach der **Regel des längsten Musters**, d. h.:

- Der Automat macht Übergänge, solange sie füdie Eingabe definiert sind.
- Der zuletzt durchlaufene Endzustand bestimmt das akzeptierte Wort.

nachlesen:

G. Goos: Vorl. über Informatik Bd.1, Abschnitt 2.4

Nicht-deterministischer Automat

Nicht-deterministisch (allgemein) :
Es gibt mehrere Möglichkeiten der Entscheidung bzw. der Fortsetzung, es ist aber nicht festgelegt, welche gewählt wird.

Nicht-deterministischer endlicher Automat:
Die **Übergangsfunktion** δ kann einen Zustand q und ein Eingabezeichen a auf **mehrere Nachfolgezustände** abbilden $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Pow(Q)$.
Welcher gewählt wird, ist nicht festgelegt.
Σ, Q, q_0, F sind wie für deterministische endliche Automaten definiert.

Erweiterung von δ auf Zeichenfolgen:

Sei $A = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$ ein nicht-deterministischer endlicher Automat; dann ist $\hat{\delta}$ definiert:

- Übergang mit dem **leeren Wort**: $\hat{\delta}(q, \varepsilon) = \{ q \}$ für alle $q \in Q$
- Übergang mit dem **Wort wa**: $\hat{\delta}(q, wa) = \{q' \in Q \mid \exists p \in \hat{\delta}(q, w): q' \in \delta(p, a)\}$ für alle $q \in Q$, $w \in \Sigma^*$, $a \in \Sigma$,

d. h. **die Menge aller Zustände, die man von q mit wa erreichen kann**

Wir schreiben meist δ für $\hat{\delta}$

Ein nicht-deterministischer endlicher Automat A **akzeptiert** ein Wort w gdw. $\delta(q_0, w) \cap F \neq \emptyset$

$L(A) = \{w \in \Sigma^* \mid \delta(q_0, w) \cap F \neq \emptyset \}$ ist **die von A akzeptierte Sprache**.

Vorlesung Modellierung WS 2001/2002 / Folie 607

Ziele:

Nicht-Determiniertheit verstehen

in der Vorlesung:

Erläuterungen

- zur Übergangsfunktion an Beispielen,
- zur Erweiterung der Übergangsfunktion,
- zur Nicht-Determiniertheit im Automaten und im allgemeinen.

nachlesen:

G. Goos: Vorl. über Informatik Bd.1, Abschnitt 2.4

Nicht-deterministische und deterministische Automaten

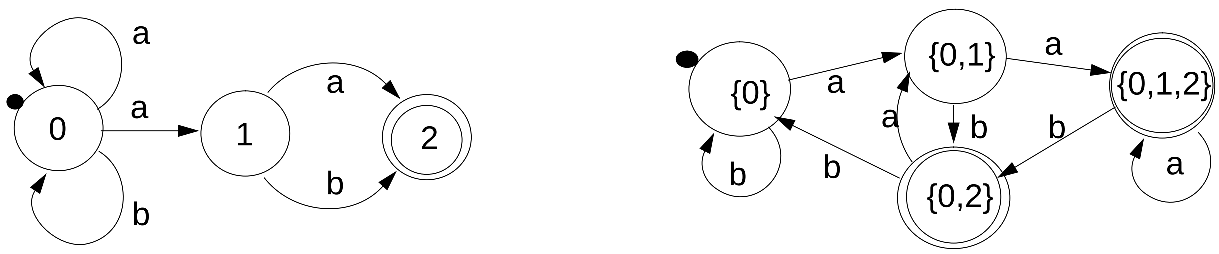
Satz: Sei L(A) die Sprache eines nicht-deterministischen Automaten.
Dann gibt es einen deterministischen Automaten, der L(A) akzeptiert.

Man kann **aus einem nicht-deterministischen Automaten A** = $(\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$ einen **deterministischen A'** = $(\Sigma, Q', \delta', q_0', F')$ systematisch **konstruieren**:

Jeder **Zustand aus Q' repräsentiert eine Menge von Zuständen aus Q, d. h. Q'** $\subseteq$ **Pow(Q)**

Beispiel:

nicht-deterministisch A **deterministisch A'**



Die Zahl der Zustände kann sich dabei **exponentiell** vergrößern.

Vorlesung Modellierung WS 2001/2002 / Folie 608

Ziele:

Zusammenhang der Automaten verstehen

in der Vorlesung:

(Zusammen mit Mod-6.8a)

- Zusammenhang: Zustand - Menge von Zuständen,
- Beispiel erläutern.
- L(A): Wörter über {a, b}*, deren zweitletztes Zeichen ein a ist.
- Bei n-letztem Zeichen benötigt der deterministische Automat 2 hoch n Zustände.

nachlesen:

G. Goos: Vorl. über Informatik Bd.1, Abschnitt 2.4

Konstruktion deterministischer Automaten

Sei A ein **nicht-deterministischer Automate A** = (Σ , Q , δ, q_0 , F) daraus wird ein **deterministischer Automat A’** = (Σ, Q’, δ’, q_0’, F’) systematisch **konstruiert**:

Jeder **Zustand aus Q’ repräsentiert eine Menge von Zuständen aus Q, d. h. Q’ $\subseteq$ Pow(Q)**

Konstruktionsschritte:

1. **Anfangszustand**: $q_0' = \{q_0\}$
2. Wähle einen schon konstruierten Zustand $q' \in Q'$
   wähle ein Zeichen $a \in \Sigma$
   berechne $r' = \delta'(q', a) = \bigcup_{q \in q'} \delta(q, a)$
   d. h. r’ repräsentiert die Vereinigung aller Zustände, die in A von q unter a erreicht werden.
   r’ wird **Zustand in Q’** und $\delta'(q', a) = r'$ wird **Übergang in δ’**.
3. **Wiederhole (2) bis keine neuen Zustände oder Übergänge** mehr konstruiert werden können.
4. **Endzustände**: $F' = \{q' \in Q' \mid q' \cap F \neq \emptyset\}$
   d. h. q’ ist Endzustand, wenn seine Zustandsmenge einen Endzustand von A enthält.

Vorlesung Modellierung WS 2001/2002 / Folie 608a

Ziele:

Konstruktionsprinzip verstehen

in der Vorlesung:

(Zusammen mit Mod-6.8)

- Erläuterungen zur Konstruktion,
- Konstruktion am Beispiel,

Dies ist ein Beispiel für ein wichtiges, induktives Konstruktionsschema:

- Gegeben eine Regel und ein Anfangswert.
- Wende die Regel an, solange sich noch etwas Neues ergibt.

nachlesen:

G. Goos: Vorl. über Informatik Bd.1, Abschnitt 2.4

Endliche Automaten mit Ausgabe

Man kann mit endlichen Automaten auch **Reaktionen der modellierten Maschine** spezifizieren: **Automaten mit Ausgabe**.

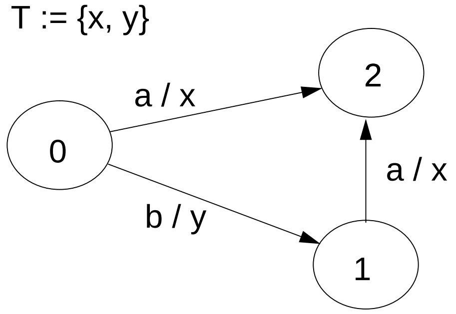
Wir erweitern den Automaten um ein **endliches Ausgabealphabet T** und um eine Ausgabefunktion. Es gibt 2 Varianten für die Ausgabefunktion:

Mealy-Automat:

Eine Ausgabefunktion $\lambda : Q \times \Sigma \rightarrow T^*$ ordnet den **Zustandsübergängen** jeweils ein **Wort über dem Ausgabealphabet** zu.

Graphische Notation:

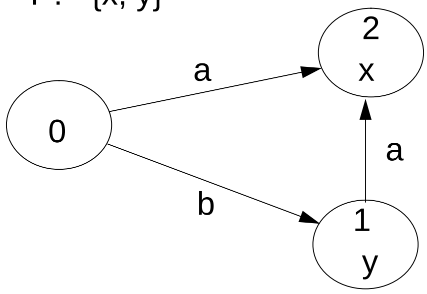
$T := \{x, y\}$



Moore-Automat:

Eine Ausgabefunktion $\mu : Q \rightarrow T^*$ ordnet den **Zuständen** jeweils ein **Wort über dem Ausgabealphabet** zu. Es wird bei Erreichen des Zustands ausgegeben.

$T := \{x, y\}$



Ein **Mealy-Automat kann die Ausgabe feiner differenzieren** als ein Moore-Automat.

Vorlesung Modellierung WS 2001/2002 / Folie 609

Ziele:

Zwei Ausgabevarianten

in der Vorlesung:

- Erläuterungen dazu;
- Wenn keine Ausgabe angegeben ist, wird das leere Wort als Ausgabe angenommen.
- Mealy- und Moore-Automaten werden auch so definiert, dass jeweils ein Zeichen statt ein Wort ausgegeben werden.

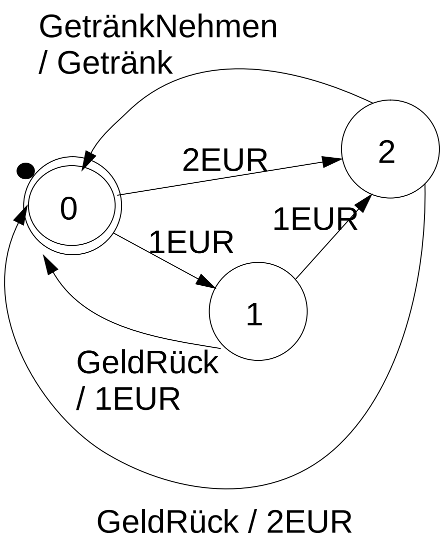
nachlesen:

G. Goos: Vorl. über Informatik Bd.1, Abschnitt 2.4

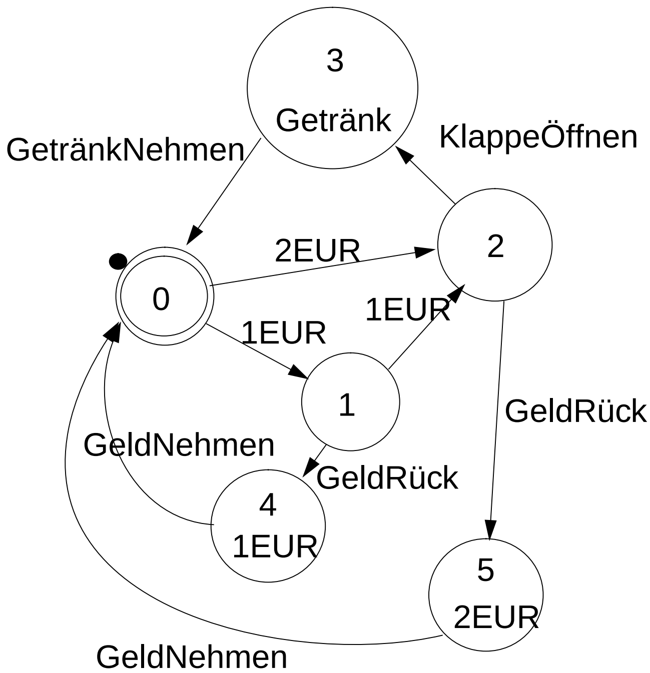
Beispiele für endliche Automaten mit Ausgabe

Die Spezifikation des Getränkeautomaten aus Mod-6.2 wird mit Ausgabe versehen:

Mealy-Automat



Moore-Automat



Vorlesung Modellierung WS 2001/2002 / Folie 610

Ziele:

Ausgabe zuordnen

in der Vorlesung:

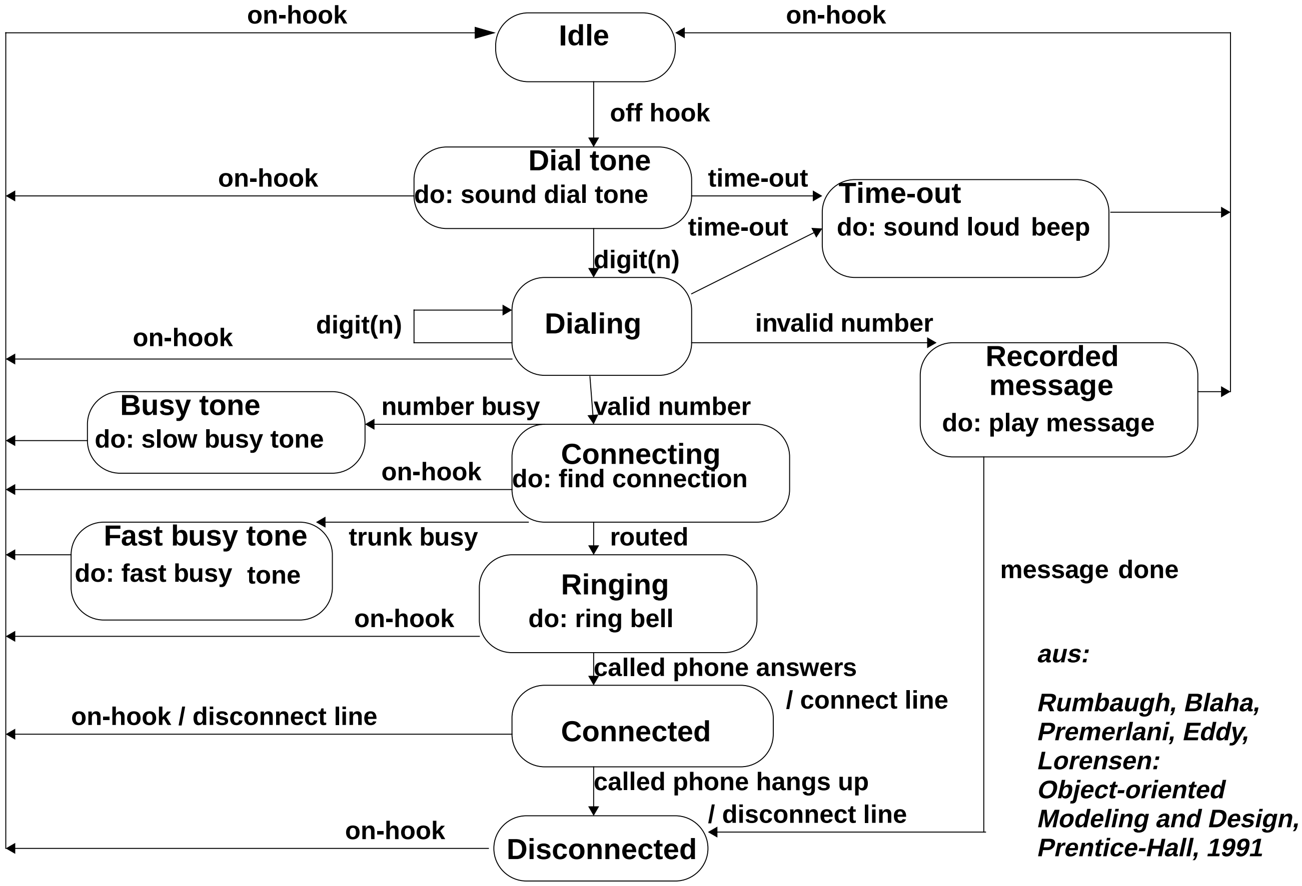
Erläuterungen dazu

- Mealy-Automat erläutern
- An einigen Positionen bleibt die Ausgabe leer.
- Moore-Automat erläutern
- Zusätzliche Zustände begründen

nachlesen:

G. Goos: Vorl. über Informatik Bd.1, Abschnitt 2.4

Endlicher Automat zur Telefonbedienung



Vorlesung Modellierung WS 2001/2002 / Folie 611

Ziele:

Praktisches Modellierungsbeispiel sehen

in der Vorlesung:

- Erläuterungen dazu
- Eingabe sind Ereignisse beim Telefonieren
- Ausgabe sind ausgelöste Aktionen
- Ausgabe ist sowohl einigen Zuständen (do:...) als auch einigen Übergängen (/...) zugeordnet.

Übungsaufgaben:

Modellieren Sie die Bedienung des Getränkeautomaten durch endliche Automaten. Modellieren Sie Das Betätigen der Tasten, die Geldeingabe, Geldrückgabe und Getränkeausgabe.