



Klausur: Modellierung

Prof. Dr. U. Kastens, Universität Paderborn

Wintersemester 2000/2001

05.04.2001, 14:00 – 16:00 Uhr

Name: _____

Matrikelnummer: _____

Bitte genau durchlesen!

- Schreiben Sie zu Beginn der Klausur auf die **erste Seite** in **Blockschrift** Ihren **Namen** und Ihre **Matrikelnummer**. Ohne diese Angaben wird die Klausur **nicht** gewertet.
- Verwenden Sie **keinen Rotstift** und **keinen Bleistift**.
- Lassen Sie die Klausur **zusammengeheftet**.
- Verwenden Sie **kein eigenes Papier**. Sie können **die letzten drei Seiten** der Klausur **abreißen** und als Konzeptpapier verwenden. Weiteres Papier erhalten Sie von der Klausuraufsicht.
- Schreiben Sie Ihre **Lösungen** in die dafür **vorgesehenen Freiräume**.
- Benutzen Sie die nicht bedruckten **Rückseiten** des Klausurpapiers falls Sie **nicht ausreichend Platz** für Ihre Lösung haben sollten.
- Streichen Sie falsche Lösungen durch und kennzeichnen Sie Ihre Lösung eindeutig. Die Aufgabe gilt als **nicht gelöst**, wenn Sie **mehr als eine Lösung** angeben.
- Als einziges Hilfsmittel ist **ein beidseitig selbst handbeschriebenes DIN-A4-Blatt** erlaubt. Schreiben Sie auf dieses Blatt ebenfalls Ihren Namen.
- Die Klausur ist mit Sicherheit **bestanden**, wenn **mindestens die Hälfte** der Punkte erreicht wird.

Viel Erfolg!

Aufgaben	Max. Pkt.	Punkte
1. Verständnisfragen	10	
2. Wertebereiche	10	
3. Aussagenlogik / Verifikation	10	
4. Graphen	10	
5. Entity Relationship	10	
6. Endliche Automaten	10	
Summe:	60	

Note	Bonus	Endnote

Aufgabe 1: „Verständnisfragen“**(10 Punkte)****(a) Terme:**

Ein Term ist in Funktionsform gegeben:

$$f(g(a, b, c), h(d))$$

Zeichnen Sie ihn als Kantorowitsch–Baum:

Geben Sie den Term in Postfix–Form an:

(b) Algebra:

Vervollständigen Sie die **Signatur** $\Sigma = (S, F)$ der abstrakten Algebra *Keller*

$S = \{ \text{Keller, Element, BOOL} \}$

$F = \{$

create:

push:

pop:

top:

empty:

}

(c) **Prädikatenlogik:**

F und G seien prädikatenlogische Formeln. Unter welcher Voraussetzung gilt die folgende Umformungsregel?

$$\forall x (F \wedge \forall y G) \equiv \forall x \forall y (F \wedge G)$$

Antwort: _____

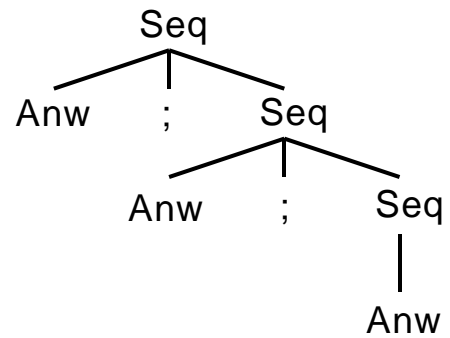
Formen Sie folgende prädikatenlogische Formel um, so dass keine Negation vorkommt:

$$\neg \forall x \exists y (\neg P (x , y))$$

(d) **Kontextfreie Grammatik:**

Welche Produktionen braucht man, um diesen Baum zu erzeugen ?

Produktionen:



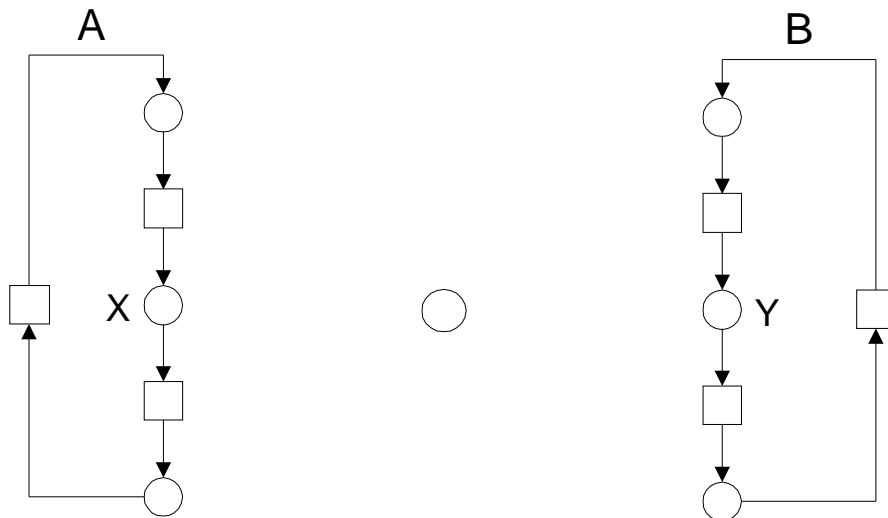
Geben Sie einen Satz an, der mit folgenden Produktionen aus dem Nichtterminal *Folge* abgeleitet wird und der 3 mal *a* enthält.

Folge ::= 'a' '.' *Folge*

Folge ::=

(e) **Petri-Netze:**

Ergänzen Sie im folgenden Petri-Netz notwendige Kanten und geben Sie eine Markierung an, so dass die Teilnetze *A* und *B* zyklische Prozesse modellieren und die Stellen *X* und *Y* nie gleichzeitig markiert sein können.



Aufgabe 2: „Wertebereiche“**(10 Punkte)**

Nachfolgend sollen Wertebereiche von Dingen einer Imbissbude modelliert werden. Geben Sie Definition für **alle** benutzten Wertebereiche (außer \mathbb{N}_0 , \mathbb{Z} , usw.) an.

- (a) Als Getränk werden *Cola*, *Fanta* und *Wasser* angeboten. Alle Getränke gibt es in drei verschiedenen Bechergrößen, nämlich *klein*, *mittel* und *groß*. Man kann wählen, ob man sein Getränk mit oder ohne Eis möchte. Geben Sie den Wertebereich der erhältlichen Getränke an.

Getränke = _____

Welches Element repräsentiert eine kleine Cola ohne Eis?

_____ \in Getränke

- (b) In einem *Burger* befinden sich übereinandergestapelte Lagen aus *Fleisch*, *Gurke* und *Käse*. Die Reihenfolge ist wichtig und es dürfen Zutaten mehrfach vorkommen. Geben Sie den Wertebereich des Inhalts von Burgern an.

Burger = _____

Welches Element repräsentiert einen Burger bestehend aus Fleisch, zwei Lagen Käse und einer Lage Gurke?

_____ \in Burger

- (c) Neben den in a) und b) beschriebenen Lebensmitteln werden *Pommes* angeboten. Geben Sie einen Wertebereich an, der alle erhältlichen Lebensmittelvarianten enthält.

Lebensmittel = _____

- (d) Der Laden führt eine Strichliste, welche Lebensmittel wie oft verkauft wurden. Geben Sie den Wertebereich von Funktionen an, die solche Verkaufsergebnisse modellieren.

Verkaufsergebnisse = _____

Welche partielle Funktion repräsentiert das Ergebnis, dass genau eine kleine Cola ohne Eis und zwei Portionen Pommes verkauft wurden?

_____ \in Verkaufsergebnisse

Aufgabe 3: „Aussagenlogik/Verifikation“ (10 Punkte)**(a) Aussagenlogik:**

A und B seien aussagenlogische Formeln. Wann ist der logische Schluss

$$A \models B$$

NICHT korrekt?

(b) Aussagenlogik:

Überprüfen Sie, ob die nachfolgenden logischen Schlüsse korrekt sind und begründen Sie Ihre Antwort. (Antworten ohne Begründung werden nicht gewertet.)

$$p \wedge (p \rightarrow q) \models \neg p \vee \neg q$$

ist / ist nicht korrekt, weil:

$$(L \rightarrow O) \models (O \rightarrow L)$$

ist / ist nicht korrekt, weil:

(c) **Verifikation:**

Der folgende Algorithmus berechnet 2^n für $n \in \mathbb{N}_0$.

```
x := n;  
y := 1;  
solange x > 0 wiederhole  
    y := 2 * y;  
    x := x - 1;  
Ausgabe: y
```

Verifizieren Sie mit der Hoare'schen Logik, dass aus der Vorbedingung $n \geq 0$ die Nachbedingung $y = 2^n$ folgt. Verwenden Sie für die Schleife die Invariante

$$INV: x \geq 0 \wedge 2^n = 2^x * y.$$

Tragen Sie **im Vordruck auf der nächsten Seite** zwischen den Anweisungen alle Aussagen ein, die für die Anwendung der Schlussregeln nötig sind.

Zeigen Sie anschließend die Terminierung der Schleife.

$\{n \geq 0\}$ $\rightarrow \{n \geq 0 \wedge n = n\}$ **$x := n$** $\{n \geq 0 \wedge x = n\}$ $\rightarrow \{n \geq 0 \wedge x = n \wedge 1 = 1\}$ **$y := 1;$** **solange $x > 0$ wiederhole** **$y := 2 * y;$** **$x := x - 1;$** $\{y = 2^n\}$

- Die Schleife terminiert, weil

Aufgabe 4: „Graphen“**(10 Punkte)**

(a) Anton (*A*), Bert (*B*), Carl (*C*) und Deflef (*D*) wollen mit Erna (*E*), Frieda (*F*), Gaby (*G*) und Hilde (*H*) tanzen. Dabei haben die Männer folgende Vorlieben:

- *A* möchte mit *E* oder *G* tanzen
- *B* möchte mit *E*, *F* oder *H* tanzen
- *C* möchte mit *F* oder *H* tanzen
- *D* möchte mit *E* oder *H* tanzen

1. Modellieren Sie diese Vorlieben mit einem Graphen.

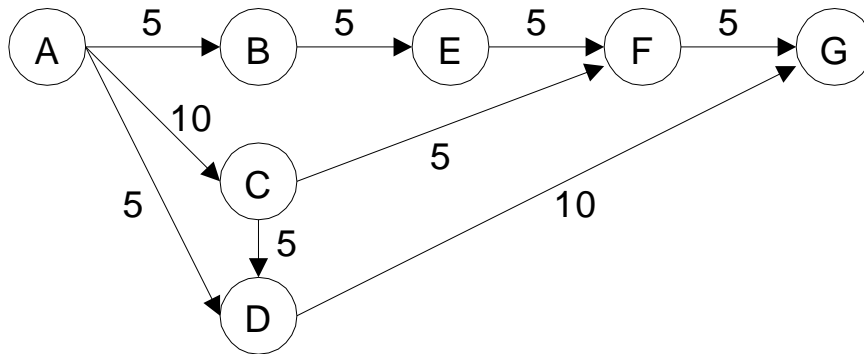
2. Stellen Sie diesen Graphen als Adjazenzmatrix dar.

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>G</i>	<i>H</i>
<i>A</i>								
<i>B</i>								
<i>C</i>								
<i>D</i>								
<i>E</i>								
<i>F</i>								
<i>G</i>								
<i>H</i>								

3. Finden alle Männer eine Tanzpartnerin? Wenn ja, geben Sie die Paare an.

(b) Es sei folgender Abhängigkeitsgraph gegeben:

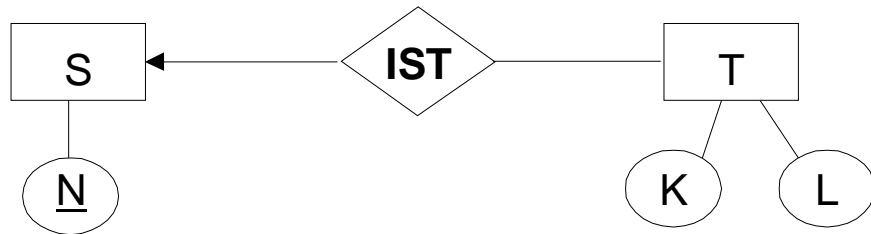
$V = \{A, \dots, G\}$



1. Geben Sie einen kritischen Pfad als Folge von Knoten an.
2. Sei $S = \{A, C, D, E\}$. Zeichnen Sie den durch $V \setminus S$ induzierten Teilgraphen G' .

Aufgabe 5: „Entity Relationship“**(10 Punkte)**

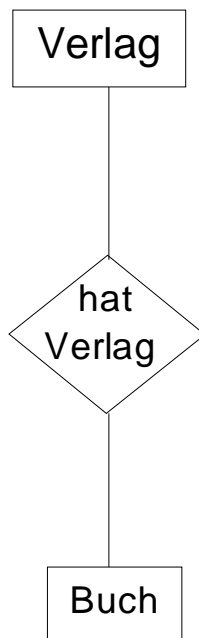
(a) Betrachten Sie folgendes ER-Diagramm:



1. Was bedeutet die *IST*-Relation für konkrete Ausprägungen von *S* und *T*?
2. Welche Attribute haben Entities einer Menge zu *T*?
3. Welche Eigenschaft hat das Attribut *N*?

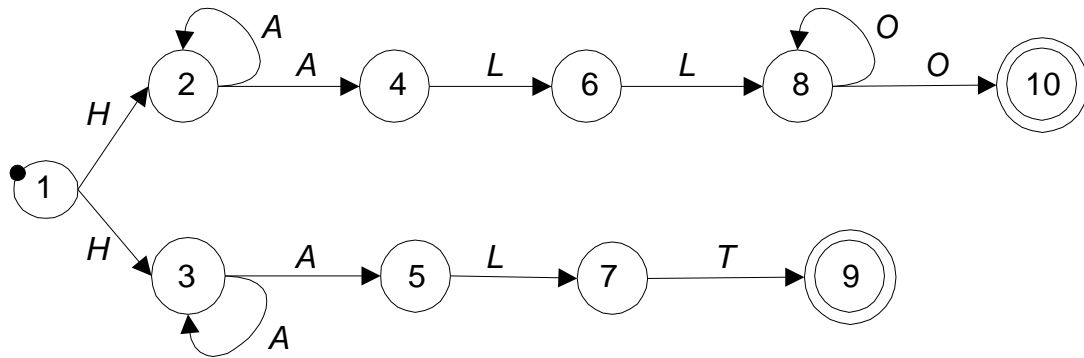
(b) Wir haben mit dem folgenden ER–Diagramm begonnen, eine Bibliothek zu modellieren. Erweitern Sie das Modell, so dass Folgendes spezifiziert wird:

1. Jedes Buch hat genau einen Verlag.
2. Zu jedem Buch werden der Titel und die ISBN als Werte angegeben.
3. Jedem Buch werden mindestens ein und höchstens drei Autoren zugeordnet.
4. Es gibt von jedem Buch einige Exemplare.
5. Geben Sie eine Relation „ausleihen“ zwischen den passenden Entitätsmengen an.
6. Modellieren Sie, dass beim Ausleihen das Rückgabedatum gespeichert wird.



Aufgabe 6: „Endliche Automaten“**(10 Punkte)**

Gegeben sei der folgende nicht-deterministische, endliche Automat A über dem Alphabet $\Sigma = \{A, H, L, O, T\}$



(a) Beschreiben Sie A formal durch die Angaben $A = (\Sigma, Q, \delta, q_0, F)$

$Q =$

$q_0 =$

$F =$

δ	A	H	L	O	T
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					

- (b) Geben Sie die durch A akzeptierte Sprache $L(A)$ formal in Mengenschreibweise an.

$L(A) =$

- (c) Konstruieren Sie zu A einen entsprechenden deterministischen, endlichen Automaten (DEA) A' nach dem Ihnen bekannten Verfahren aus der Vorlesung. (Der Automat braucht nur die Übergänge zu enthalten, die für die Wörter der Sprache nötig sind.)