Klausur: Modellierung

Prof. Dr. U. Kastens, Universität Paderborn
Wintersemester 2001/2002
14.08.2002, 9:00 - 11:00 Uhr

Nachname: ____________________ **Vorname:** ___________________

Matrikelnummer: ____

Bitte genau durchlesen!

- Schreiben Sie zu Beginn der Klausur auf die **erste Seite** in **Blockschrift** Ihren **Namen** und Ihre **Matrikelnummer**. Ohne diese Angaben wird die Klausur **nicht** gewertet.
- Verwenden Sie **keinen Rotstift** und **keinen Bleistift**.
- Lassen Sie die Klausur **zusammengeheftet**.
- Verwenden Sie **kein eigenes Papier**. Sie können **die letzten drei Seiten** der Klausur **abreißen** und als Konzeptpapier verwenden. Weiteres Papier erhalten Sie von der Klausuraufsicht.
- Schreiben Sie Ihre **Lösungen** in die dafür **vorgesehenen Freiräume**.
- Benutzen Sie die nicht bedruckten **Rückseiten** des Klausurpapiers falls Sie **nicht ausreichend Platz** für Ihre Lösung haben sollten.
- Streichen Sie falsche Lösungen durch und kennzeichnen Sie Ihre Lösung eindeutig. Die Aufgabe gilt als **nicht gelöst**, wenn Sie **mehr als eine Lösung** angeben.
- Als einziges Hilfsmittel ist **ein beidseitig selbst handbeschriebenes DIN-A4-Blatt** erlaubt. Schreiben Sie auf dieses Blatt ebenfalls Ihren Namen.
- Die Klausur ist mit Sicherheit **bestanden**, wenn **mindestens die Hälfte** der Punkte erreicht wird.

Viel Erfolg!

Aufgaben	Max. Pkt.	Punkte
1. Verständnisfragen	10	
2. Wertebereiche	10	
3. Terme und Algebren	10	
4. Logik	10	
5. ER-Diagramme	10	
6. Fußball-Vereine	10	
Summe:	**60**	

Note	Bonus	Endnote

Aufgabe 1: „Verständnisfragen“ (10 Punkte)

(a) Geben Sie einen allgemeinsten Unifikator für die Terme s und t an.
w,x,y,z sind Variable.

s = 3 * x + 4 -y **t = z + x -w**

(b) Negieren Sie den folgenden Satz:

„Alle Studierenden können korrekt negieren.“

(c) Zeichnen Sie den Graphen **V = { a, b, c }, E = { (a,b), (c,a), (c,c) }** und geben Sie seine Adjazenzliste an.

(d) Geben Sie die Sprachen der folgenden beiden kontextfreien Grammatiken als reguläre Ausdrücke an.

S ::= a A
A ::= b A
A ::= c

S ::= a A
A ::= A b
A ::= c

(e) Geben Sie einen deterministischen endlichen Automaten an, der die Sprache $\mathbf{(a^+|b^+)c}$ akzeptiert.

(f) Geben Sie einen Ausschnitt eines Petrinetzes an, in dem zwei Transitionen miteinander in Konflikt stehen.

Aufgabe 2: „Wertebereiche“ (10 Punkte)

(a) Wertemengen lesen und schreiben

Füllen Sie die nachfolgende Tabelle so aus, dass in der ersten und zweiten Spalte verschiedene Elemente des Wertebereichs aus der dritten Spalte stehen. (Siehe Beispiel in der erste Zeile.)

In der Spalte „Wertemenge“ dürfen nur die nachfolgend definierten Grundmengen und die in der Vorlesung definierten Verknüpfungsoperationen verwendet werden.

M := { a, b }
N := { 1, 2, 3 }
L := { z }

Element 1	***Element 2***	***Wertemenge***
z	a	$M \cup L$
(a,3)	(b,1)	
		M^3
()	(a,b)	
		Pow($M \times L$)

(b) Modellierung von Ereignis-Warteschlangen

Geben Sie Wertebereiche für die unterstrichenen Werte an.

1. Eine <u>Bildschirmposition</u> ist durch seine x- und y-Koordinate definiert. Die Auflösung in x-Richtung sei 1280, in y-Richtung 1024 Pixel.

   Bildschirmpositionen = ________________________________

2. Wenn eine Maustaste gedrückt wird, wird ein sogenanntes Ereignis ausgelöst. Ein <u>Ereignis</u> beschreibt, an welcher Bildschirmposition sich der Mauszeiger befand und welche der drei <u>Maustasten</u> gedrückt wurde. Es wird auch festgehalten,welche der <u>Zusatztasten</u> STRG, ALT oder SHIFT (evtl. mehrere gleichzeitig!) während des Mausklicks gedrückt waren.

   Maustasten = ____

   Zusatztasten = ______________________________________

   Ereignis = ____

   ____

3. Ereignisse werden in <u>Warteschlagen</u> eingereiht, damit sie in der Reihenfolge ihrer Entstehung abgearbeitet werden können. Eine Warteschlange ist eine beliebig lange, evtl. leere Liste von Ereignissen.

   Warteschlagen = ______________________________________

Aufgabe 3: „Terme und Algebren“ (10 Punkte)

Gegeben sei folgende abstrakte Algebra *Nat* = (τ, Σ, Q) der natürlichen Zahlen:

Signatur: Σ = (S, F)

S = { N }
F = { null: → N, (F_1)
succ: N → N, (F_2)
add: N × N → N } (F_3)

Axiome: Seien n, m Terme der Sorte N:

Q = { add(n, null) ≡ n, (Q_1)
add(n, succ(m)) ≡ add(succ(n), m) } (Q_2)

Beschreibung:

Die Sorte N stellt die natürlichen Zahlen größer gleich Null dar.

Die Konstante *null* steht für die Zahl „0“.

Eine Zahl n wird durch n-maliges Anwenden von *succ* dargestellt: *succ(succ(null))* steht für 2.

Die Operation *add* addiert zwei natürliche Zahlen.

(a) Klassifizieren Sie die folgenden Operationen der abstrakten Algebra:

Operation	***Klassifikation***
null	
succ	
add	

(b) Es sei folgender Term gegeben:

add(add(null,succ(succ(null))), null)

1. Stellen Sie den Term als Kantorowitsch-Baum dar.

2. Stellen Sie den Term in Postfixform dar.

3. Formen Sie den Term in Normalform um. Geben Sie bei jedem Schritt das benutzte Axiom Q_x an.

(c) Erweitern Sie die abstrakte Algebra um die Operation *„max“*.

Diese Operation vergleicht zwei natürliche Zahlen und gibt die größere der beiden Zahlen zurück.

Geben Sie die Signatur der Operation „max“ und zwei weitere Axiome an.

F' = F $\cup$ {

max:

}

Q' = Q $\cup$ {

max(null, null) $\equiv$ null,

max(null, succ(n)) $\equiv$ succ(n),

}

Aufgabe 4: „Logik“ (10 Punkte)

(a) Aussagenlogik:

Begründen Sie, warum der folgende logische Schluss *korrekt* ist:

$\{ (p \rightarrow q) \wedge r \} \models (q \rightarrow r)$ ist korrekt, weil:

(b) Prädikatenlogik:

Gegeben sei die folgende prädikatenlogische Formel:

$$\forall x\ \forall y\ ((\exists y\ P (x , y , z)) \rightarrow \exists x\ Q (y , x))$$

1. Kennzeichnen Sie *freie* Variable durch unterstreichen, *gebundene* Variable durch eine Linienverbindung zur Variable des bindenden Quantors.
2. Führen Sie eine *konsistente Umbenennung* durch, so dass alle Variablen verschiedene Namen haben.

(c) Verifikation:

Verifizieren Sie folgende Schleife. Geben Sie zunächst eine geeignete Schleifeninvariante **INV** an. Tragen Sie im Vordruck zwischen den Anweisungen alle Aussagen ein, die für die Anwendungen der Schlussregeln nötig sind. Zeigen Sie anschließend die Terminierung der Schleife.

Es gelte $x, n \in \mathbb{Z}$.

$\{x \leq n + 1\}$ **INV:**

solange $x \leq n$ wiederhole

$x := x + 1;$

$\rightarrow \{x = n + 1\}$

Die Schleife terminiert, weil

Aufgabe 5: „ER-Diagramme“ (10 Punkte)

(a) Modellieren Sie folgende umgangssprachliche Beschreibung mit Hilfe eines ER-Diagramms:

Ein Gewässer hat einen eindeutigen Namen und ist entweder Fluß, See oder Meer. Seen und Meere haben eine Fläche und Tiefe, Flüsse eine Länge. Flüsse können höchstens in ein anderes Gewässer münden.

Vergessen Sie nicht die Schlüsselattribute und Kardinalitäten!

(b) Geben Sie eine konkrete Ausprägung an, die je einen Fluß, See und ein Meer sowie eine Relation umfasst.

Aufgabe 6: „Fußball-Vereine“ (10 Punkte)

(a) **Graphen**

Einige Fußballvereine wollen folgende Fussballspieler kaufen:

Verein	***Spieler***
SC Paderborn 07	Figo, Ronaldo
Borussia Dortmund	Ronaldo, Inzaghi, Zidane
Bayer Leverkusen	Zidane, Maradona
Hertha BSC Berlin	Ronaldo

1. Stellen Sie diese Situation mit Hilfe eines Graphen dar.

2. Kann jeder Verein mindestens einen Wunschspieler verpflichten? Um welchen Typ Graphproblem handelt es sich? Zeichnen Sie gegebenenfalls eine Lösung in den Graphen aus Teil 1 ein.

(b) **Prädikatenlogik**

Formalisieren Sie folgende Aussage mit Hilfe einer prädikatenlogischen Formel:

Jeder Verein findet mindestens einen Spieler, der in einem anderen Verein spielt und wechseln möchte.

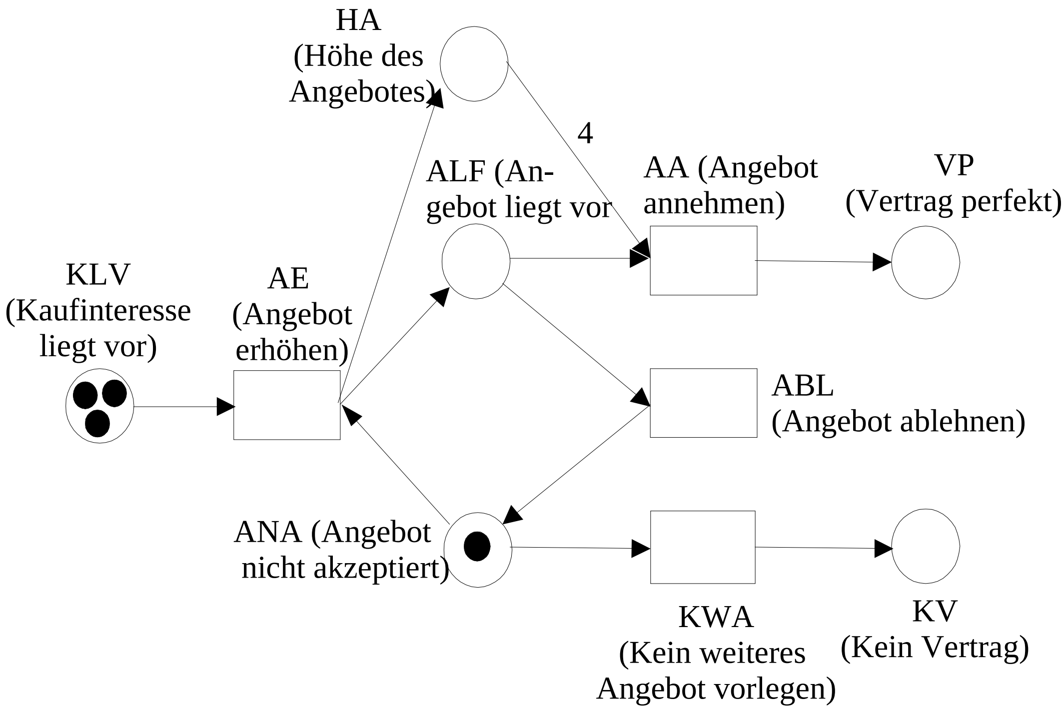
Benutzen Sie dafür ausschließlich die folgenden Grundmengen und Prädikate:

Spieler: Menge aller Spieler
Vereine: Menge aller Vereine

spielt(s,v): Spieler s spielt bei Verein v
wechseln(s,v): Spieler s möchte zum Verein v wechseln

(c) **Petrinetze**

Der Ablauf der Vertragsverhandlungen läßt sich mit Hilfe eines Petrinetzes darstellen:



1. Geben Sie Vor- und Nachbereich der Transition *Angebot erhöhen* an.

2. Kann es mit der gegebenen Startmarkierung zu einem Vertrag kommen? Begründen Sie!